PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 11. 1. Juni 1921. Redaktionsschluß für No. 13 am 10. Juni 1921. 22. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

C. Wieselsberger, Neuere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. S. 321.

K. Bennewitz, Verfahren zur Kompensation der elastischen Nachwirkung. S. 329.

M. v. Laue, Theoretisches über neuere Beobachtungen zur Relativitätstheorie. (Nachtrag.) S. 332.

H. Dingler, Über die Eigenschaften des Begriffes „Gesamtphysik". S. 332.

A. Schmidt, Werte der erdmagnetischen Elemente an deutschen Hochschulorten für den Zeitpunkt 1921.5. S. 334.

K. Schreber, Die Genauigkeit der Zustandsbeobachtungen und die Berechnung der Umkehrpunkte der Drosselerscheinung. S. 335.

J. Biehle, Das Glockenmirakel von Wehlen. S. 337.

Zusammenfassende Bearbeitungen:

W. Porstmann, Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme. (Fortsetzung.) S. 338.

Besprechungen:

C. Dorno, Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos 1911—1918. S. 342.

Berichtigung. S. 344.

Personalien. S. 344.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Neuere Feststellungen über die Gesetze des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes.

Von C. Wieselsberger.

1. Während man mit Hilfe der Theorie der reibungslosen Flüssigkeit besonders in den letzten Jahren zu sehr bemerkenswerten Ergebnissen gelangte, ist dies für die Erfolge derjenigen Theorie, welcher eine mit innerer Reibung behaftete Flüssigkeit zugrunde legt, in viel geringerem Maße der Fall. Die Flüssigkeiten, mit denen man es in der Wirklichkeit zu tun hat, haben nun aber stets eine gewisse innere Reibung und diese ist gerade die Ursache für das Auftreten eines Widerstandes, den ein in einer Flüssigkeit bewegter Körper erfährt. Die Wirkung der Reibung kann zwar in solchen Fällen, in denen der Widerstand durch geeignete Formgebung des Körpers auf ein äußerst geringes Maß vermindert ist, sehr stark in den Hintergrund treten, so daß die wirkliche Strömung weitgehend mit der auf Grund der Theorie der reibungslosen Flüssigkeit berechneten übereinstimmt[1]). Bei Körperformen indessen, die einen großen Widerstand verursachen, trifft dies nicht mehr zu, denn hier spielt die Flüssigkeitsreibung eine ausschlaggebende Rolle. Alle bisherigen Versuche zur quantitativen Bestimmung des Widerstandes auf Grund der Theorie der reibenden Flüssigkeiten hatten, von einigen Spezialfällen abgesehen, nur geringen Erfolg. Aus diesem Grunde muß stets, wenn eine genauere Ermittlung des Widerstandes erforderlich ist, der Versuch dazu herangezogen werden. Im folgenden sollen einige Versuchsergebnisse über den Widerstand von Zylindern die senkrecht zu ihrer Achse von einem Luftstrome getroffen werden, mitgeteilt werden. Es soll dabei gezeigt werden, daß der Widerstand in viel komplizierterer Weise von der Geschwindigkeit, von der absoluten Körpergröße und von der Zähigkeit des Mediums abhängig ist, als man bisher angenommen hat.

2. Den Widerstand W, den ein Körper bei der Bewegung durch ein Medium von der Dichte ρ erfährt, pflegt man in der Form anzusetzen:

$$W = c F \frac{\rho}{2} v^2.$$

Hierbei bedeutet v die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper durch die Flüssigkeit bewegt, und F in der Regel die Projektionsfläche des Körpers auf eine Ebene senkrecht zur Bewegungsrichtung (Hauptspant). An Stelle dieser Fläche kann man auch irgendeine andere charakteristische Fläche des Körpers auswählen, bei Tragflügeln z. B. die größte Projektionsfläche. Die dimensionslose Zahl c bezeichnet man als Widerstandszahl. Lange Zeit hindurch war man, hauptsächlich auf Grund der Newtonschen Auffassung über den Luftwiderstand, der Meinung, daß für ein gegebenes Medium diese Widerstandszahl von der Geschwindigkeit und von der absoluten Größe des Körpers unabhängig sei, also als eine Konstante angesehen werden kann, deren Wert nur von der geometrischen Form des Körpers abhängt. Man glaubte aus der Kenntnis der Widerstandszahl, die für einen gegebenen Körper bei einer einzigen Geschwin-

1) Vgl. G. Fuhrmann, Theorie und experimentelle Untersuchungen an Ballonmodellen. Dissert. Göttingen, 1911, ferner Jahrb. d. Motorluftschiffstudiengesellschaft 1911/12.

digkeit ermittelt wurde, durch Anwendung der obigen Widerstandsformel auch den Widerstand für jede andere Geschwindigkeit und jede andere Größe des Körpers angeben zu können, geometrische Ähnlichkeit der Körperformen vorausgesetzt. In Wirklichkeit liegen aber die Verhältnisse, wie wir sehen werden, viel weniger einfach.

Die genaueren Untersuchungen über das Zusammenwirken der den Widerstand erzeugenden Kräfte haben gezeigt, daß die Widerstandszahl nur bei geometrisch ähnlichen Strömungen eine Konstante ist; geometrische Ähnlichkeit der Versuchskörper schließt aber noch keineswegs geometrisch ähnliche Strömungsform in sich. Die Bedingungen, die für das Zustandekommen von geometrisch ähnlichen Strömungen maßgebend sind, wurden von O. Reynolds zuerst aufgestellt. Bezeichnet man mit d eine in den zu vergleichenden Fällen festgehaltene, sonst aber beliebige Längenabmessung des Körpers und mit

$$\nu = \frac{\mu}{\varrho}$$

(μ = Zähigkeitsmaß) die kinematische Zähigkeit, so sind zwei Strömungen nur dann geometrisch ähnlich, wenn der Quotient

$$\frac{vd}{\nu} = R$$

in beiden Fällen der gleiche ist. Die Zahl R ist dimensionslos und wird nach ihrem Entdecker als Reynoldssche Zahl bezeichnet.

Dem Vorstehenden gemäß kann demnach nicht erwartet werden, daß die den Widerstand eines Körpers charakterisierende Widerstandszahl c beim Übergang zu einer anderen Reynoldsschen Zahl (beispielsweise durch Änderung der Geschwindigkeit oder der Körperabmessung) ungeändert bleibt. In der Tat beobachtet man bei den meisten Körpern eine Abhängigkeit der Widerstandszahl von dem Reynoldsschen Parameter $\frac{vd}{\nu}$. Für die Art der Änderung ist die geometrische Form des Körpers maßgebend. Den obigen Ansatz für den Widerstand pflegt man in der Regel auch in denjenigen Fällen formal beizubehalten, in denen c keine Konstante ist. Die geringsten Änderungen der Widerstandszahl zeigen sich bei Körpern mit scharfen Kanten, wenn letztere senkrecht zur Strömungsrichtung stehen. So ist beispielsweise nach den bisherigen Versuchen für kreisförmige Scheiben mit scharfen Rändern, deren Ebene senkrecht vom Winde getroffen wird, innerhalb eines großen Bereiches Reynoldsscher Zahlen die Widerstandszahl konstant und hat einen Betrag von etwa $c = 1{,}1$. Dagegen können Körper mit konvexer abgerundeter Oberfläche sehr bedeutende Änderungen aufweisen. Bei Reynoldsschen Zahlen, die klein sind gegen die Einheit, wächst der Widerstand, wie Stokes zuerst für den Fall der Kugel gezeigt hat, linear mit der Geschwindigkeit. Diese Strömung ist dadurch gekennzeichnet, daß hier die Trägheitskräfte vollständig zurücktreten und die Bewegung allein durch die Zähigkeitskräfte beeinflußt wird.

3. Um wenigstens in einem Falle den Verlauf der Widerstandszahl von den kleinsten bis zu den größten Reynoldsschen Zahlen kennen zu lernen, haben wir vor kurzem Versuche mit Zylindern mit kreisförmigem Querschnitt ausgeführt. Die Zylinder wurden senkrecht zu ihrer Achse von einem Luftstrome getroffen. Sämtliche Messungen wurden in der „ebenen Strömung" ausgeführt, d. i. eine Strömung, bei welcher die Geschwindigkeitsrichtungen parallel zu einer auf der Zylinderachse senkrecht stehenden Ebene gerichtet sind und wobei ferner in allen Querschnitten, die der genannten Ebene parallel sind, das gleiche Stromlinienbild besteht. Die gefundenen Widerstandszahlen gelten daher für „unendlich lange" Zylinder. Da für die Änderung der Geschwindigkeit nur ein mäßiger Bereich zur Verfügung steht — sie variierte im vorliegenden Falle zwischen 1,2 und 36 m/sec — und andererseits der Wert der kinematischen Zähigkeit, so lange die Versuche in gleichem Medium ausgeführt werden, praktisch konstant ist, so kommt hier für starke Änderung der Reynoldsschen Zahl die Anwendung von verschiedenen Zylinderdurchmessern in Betracht. Dadurch kann die Reynoldssche Zahl in sehr weiten Grenzen verändert werden. Es wurden 9 Zylinder von 0,05 bis 300 mm Durchmesser untersucht. Die Versuche umfassen daher einen Bereich Reynoldsscher Zahlen von 4,2 bis 800 000 [1]) wenn man als charakteristische Länge den Zylinderdurchmesser d einführt. Die Widerstandsbestimmung der dünnen Zylinder (bis 8 mm Durchmesser) wurde in der Weise ausgeführt, daß diese an einem langen Draht, der an der Decke des Versuchsraumes befestigt war, in dem parallelen Luftstrahl der Anstalt lotrecht aufgehängt und unten, außerhalb des Luftstrahles, mit einem Gewicht belastet wurden. Aus dem Ausschlag des auf diese Weise gebildeten Pen-

1) Der Wert der kinematischen Zähigkeit für Luft von 760 mm Druck und 15° Temperatur beträgt $\nu = 0{,}145\ \mathrm{cm^2/sec}$.

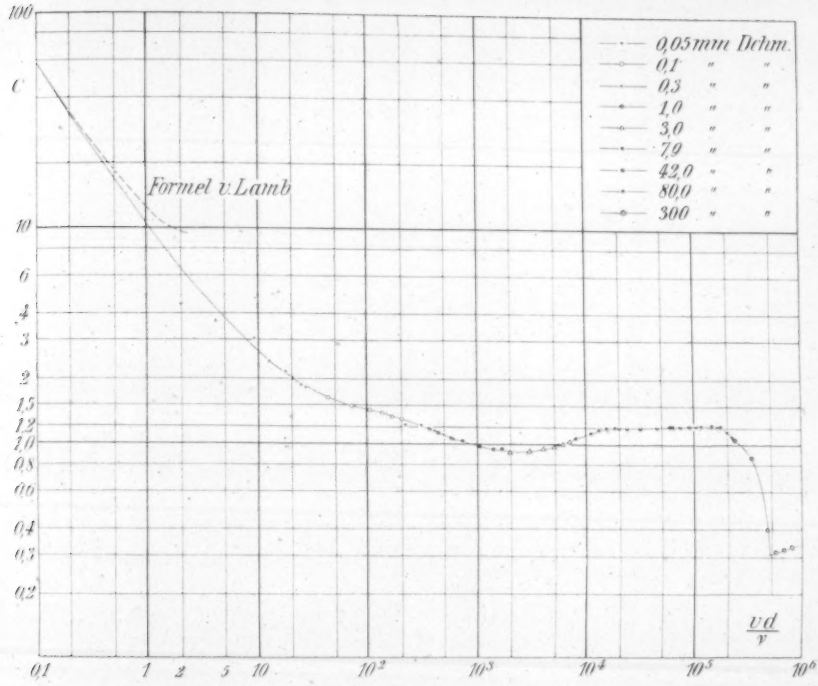


Fig. 1.

dels unter der Einwirkung des Luftstromes laßt sich der Widerstand in einfacher Weise ermitteln. Bei diesen Messungen durchdrang also der zu untersuchende Zylinder den Luftstrahl. Obwohl nun an den Strahlgrenzen sicherlich Abweichungen von der ebenen Strömung auftreten, so werden diese die Hauptströmung nicht wesentlich beeinflussen können, da in allen Fällen die Länge des Zylinders sehr viel größer war als der Durchmesser — im ungünstigsten Falle war die Zylinderlange gleich dem 28ofachen Durchmessser — und die erwähnten Störungen am Rande des Strahles sich nur auf Längen von einigen Durchmessern erstrecken. Bei Zylindern von größerem Durchmesser ist dagegen diese Randstörung nicht mehr zu vernachlässigen. Für diese Versuchskörper mußte die Untersuchungsmethode geändert werden. Dieses geschah in der Weise, daß die dickeren Zylinder zwischen zwei festen ebenen und zur Windrichtung parallelen Wänden, die sich innerhalb des Luftstromes befanden, angeordnet waren. Zwischen den Zylinderstirnflächen und den beiden ebenen Wänden wurde eine Dichtung besonderer Art (Labyrinthdichtung) eingebaut, so daß ein Umströmen der Stirnflächen verhindert und so eine ebene Strömung hergestellt wurde [1]). Von dem Zylinder aus führte ein Drahtsystem zu einer Wage, vermittels welcher der Widerstand gemessen werden konnte.

Die Ergebnisse der gesamten Versuche sind in dem Kurvenblatt Fig. 1 dargestellt. Es ist hierbei die Widerstandszahl c abhängig von der Reynoldsschen Zahl $R = \frac{vd}{\nu}$ auf logarithmisch geteilten Koordinatenachsen aufgetragen. Die logarithmische Darstellung wurde

1) Eine eingehende Beschreibung dieser Versuchsanordnung, mit welcher bisher hauptsächlich Tragflügel in zweidimensionaler Strömung untersucht wurden, findet sich in der Zeitschr. f. Flugt. u. Motorl. 1919, S. 95, ferner in den „Ergebnissen der aerodynamischen Versuchsanstalt", I. Lieferung, Verlag R. Oldenbourg, 1921, S. 54—56.

gewählt, um alle Gebiete gleichmäßig nebeneinander darstellen zu können. Man sieht zunächst, daß mit abnehmender Reynoldsscher Zahl die Widerstandszahl wächst. Die Versuchswerte gehen bis auf eine Reynoldssche Zahl von rd. 4,2 herab. Nun ist von Lamb[1]) für die Bewegung bei sehr kleinen Reynoldsschen Zahlen („schleichende Bewegung") unter Zugrundelegung der Theorie der reibenden Flüssigkeit eine Formel für die Widerstandszahl angegeben worden in ähnlicher Weise, wie dies von Stokes für die Kugel geschehen ist. Die Formel von Lamb für die Widerstandszahl des Zylinders lautet, in unsere Bezeichnung umgeschrieben:

$$c = \frac{8\pi}{R\,(2{,}002 - \ln R)},$$

unter R die auf den Zylinderdurchmesser bezogene Reynoldssche Zahl verstanden. Diese Formel entstammt einer Näherungstheorie und ist nur gültig für Werte von R, die klein gegen 1 sind. Die dieser Formel entsprechenden Werte sind in Fig. 1 gestrichelt eingezeichnet. Man sieht, daß die Verlängerung der durch die Versuchspunkte gehenden Kurve sich gut dem Verlauf der berechneten Kurve anschließt, so daß dadurch das Gebiet, in dem die Versuche nicht mehr ausgeführt werden konnten, überbrückt wird. Bei $R \sim 2000$ ist eine sehr auffallende, aber durch Versuche von anderer Seite[2]) bestätigte Einsenkung vorhanden. Von $R = 15\,000$ bis $R = 180\,000$ ist das quadratische Widerstandsgesetz annähernd erfüllt mit einem Wert von $c = 1{,}2$.

Bei $R \sim 200\,000$ setzt ein sehr steiler Abfall der Widerstandszahl ein; diese fällt hier von rd. 1,2 auf 0,3, also auf den vierten Teil ab. Ein ganz ähnliches Verhalten hat man schon früher bei der Untersuchung des Widerstandes von Kugeln gefunden[3]), nachher auch bei vielen anderen Körpern mit konvexer Oberfläche. Die diesem Übergangsgebiete entsprechende Reynoldssche Zahl pflegt man als „kritische Reynoldssche Zahl" zu bezeichnen. Die Abnahme der Widerstandszahl ist in diesem Gebiete so stark, daß sogar der absolute Wert des Widerstandes für einen Zylinder von bestimmtem Durchmesser entgegen aller bisherigen Erfahrung mit wachsender Geschwindigkeit abnimmt. Die quantitativen Verhältnisse sind aus Fig. 2 ersichtlich, wo der Widerstand in kg pro m Länge eines

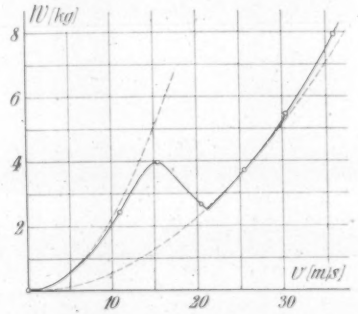


Fig. 2.

Zylinders von 30 cm Durchmesser abhängig von der Windgeschwindigkeit dargestellt ist. Man sieht, daß bei Steigerung der Geschwindigkeit von 15 auf 20 m/sec der Absolutwert des Widerstandes von 4 auf rd. 2,5 kg sinkt. Das rein quadratische Widerstandsgesetz, das in der vorliegenden Darstellung durch die beiden gestrichelten Parabeln gekennzeichnet ist, wird weder vor noch hinter dieser kritischen Stelle innerhalb eines größeren Bereiches befolgt. Zu Fig. 1 ist noch zu bemerken, daß das Reynoldssche Ähnlichkeitsgesetz, wonach sich bei gleicher Reynoldsscher Zahl gleiche Widerstandszahlen ergeben müßten, sehr gut erfüllt wird, indem die den verschiedenen Zylinderdurchmessern entsprechenden Abschnitte der Kurve gut aneinander anschließen bzw. sich überdecken.

4. Neben der Größe der Widerstandszahl sind auch die den verschiedenen Reynoldsschen Zahlen entsprechenden Strömungsformen von Interesse und können wichtige Aufschlüsse über die Strömungsvorgänge liefern. Es wurde bereits erwähnt, daß bei sehr kleinen Reynoldsschen Zahlen die Bewegung im wesentlichen unter der Wirkung von Zähigkeitskräften vor sich geht. Wir haben auf Grund der angegebenen Arbeit von H. Lamb das Stromlinienbild der ebenen Zylinderströmung für die Reynoldssche Zahl $R = 1$,

1) H. Lamb, On the uniforme motion of a sphere through a viscous fluid. Phil. Mag. **21**, 120 1911.

2) Vgl. E. F Relf, Discussion of the results of measurements of the resistance of wires, with some additional tests on the resistance of wires of small diameter. Technical report of the advisory comittee for aeronautics 1913/14, S. 47.

3) Vgl. G. Eiffel, Sur la résistance des sphères dans l'air en mouvement. Compt. rend. **155**, 1597, 1912; ferner Cap. G. Constanzi, Alcune esperienze di idrodinamica; Rendiconti delle esperienze e degli studi nello stab. di esp. e constr. aeron. del genio. II. Jahrg., Nr. 4, Rom 1912; L. Prandtl, Der Luftwiderstand von Kugeln, Nachr. d. k. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Math.-Phys. Klasse 1914; desgl. C. Wieselsberger, Zeitschr. f. Flugt. u. Motorl. 1914, S. 140.

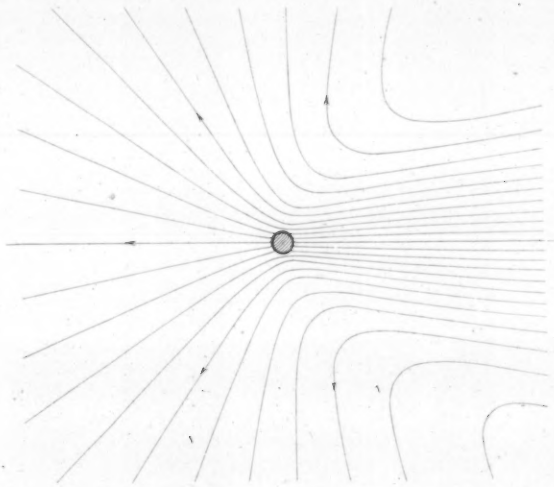


Fig. 3.

bei welcher die Widerstandszahl nach der Lambschen Formel noch annähernd richtig angegeben wird, berechnet. In Fig. 3 sind die absoluten Stromlinien dieser Strömung, in Fig. 4 die relativen Stromlinien derselben dargestellt. Die absoluten Stromlinien geben, wie hier daran erinnert werden mag, die Geschwindigkeitsrichtungen der Flüssigkeitsteilchen für einen relativ zur Flüssigkeit ruhenden Beobachter an, die relativen Stromlinien hingegen

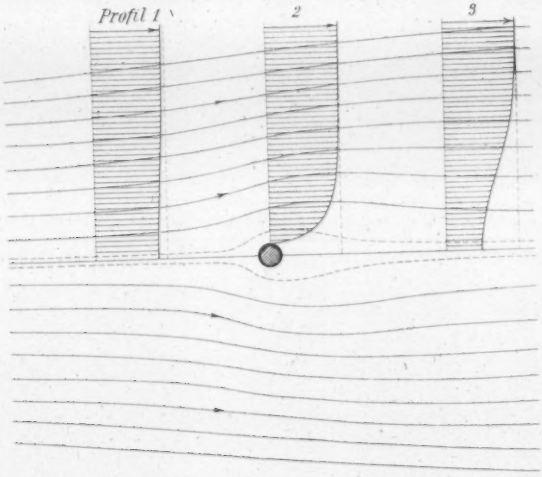


Fig. 4.

die Richtungen für einen relativ zum Körper ruhenden Beobachter. Diese beiden Bilder zeigen, daß die Strömung in bezug auf eine durch die Zylinderachse hindurchgehende und auf der Richtung der ungestörten Strömung senkrecht stehenden Ebene nicht symmetrisch ist. Die relativen Stromlinien schließen sich hinter dem Körper weniger dicht aneinander wie vor dem Körper, d. h. die Strömung hinter dem Zylinder ist gegenüber der ungestörten Strömung erheblich verlangsamt. Dies geht besonders auch aus den in Fig. 4 eingezeichneten Geschwindigkeitsprofilen hervor. Aus dem Geschwindigkeitsprofil 3 ersieht man, daß hinten die Geschwindigkeit in einem Abstande von 7½ Zylinderdurchmessern auf weniger als die Hälfte des Wertes der ungestörten Geschwindigkeit abgenommen hat, während die Verzögerung in dem gleichen Abstande vor dem Körper (Profil 1) nur gering ist. An der Oberfläche des Zylinders selbst ist die Strömungsgeschwindigkeit gleich null (Profil 2). Der hinter dem Zylinder sich bildende „Nachlauf" ist dadurch bedingt, daß der Lambsche Ansatz für die Zylinderströmung die Beschleunigungsglieder der Differentialgleichung der Bewegung nicht vollständig vernachlässigt, wie dies bei der Stokesschen Bewegung um die Kugel der Fall ist, sondern nach dem Muster von Oseenschen Rechnungen für die Kugel bis zu einem gewissen Grade berücksichtigt werden. Würde man beim Zylinder nur den Einfluß von Zähigkeitskräften berücksichtigen, wie dies bei der Stokesschen Rechnung für die Kugel erfolgt, so würde sich eine Strömung ergeben, die symmetrisch zu einer durch die Zylinderachse hindurchgehenden und auf der Geschwindigkeitsrichtung senkrecht stehenden Ebene ist (wobei allerdings in diesem Falle die Geschwindigkeit im Unendlichen keinen endlichen Wert hätte). Mit abnehmender Reynoldsscher Zahl wird daher auch die Zylinderströmung sich mehr und mehr der symmetrischen Form nähern. Bei wachsender Reynoldsscher Zahl behält die Strömung bis etwa $R = 80$ den Charakter der Fig. 3 u. 4. Eine photographische Aufnahme des Strömungsbildes bei $R = 3{,}5$, also schon wesentlich außerhalb des Gültigkeitsbereiches der Lambschen Formel, die in Fig. 5 wiedergegeben ist, bestätigt dieses. Dieses Bild wurde in der Weise gewonnen, daß ein Zylinder von 12,8 mm Durchmesser durch eine Siruplösung bewegt wurde und die Bewegung der auf die Oberfläche der Flüssigkeit aufgestreuten Lykopodiumteilchen photographiert wurde. Die photographische Kamera wurde dabei mit dem Zylinder mitbewegt. Die quantitativen Verhältnisse in größerer Entfernung vom Zylinder können

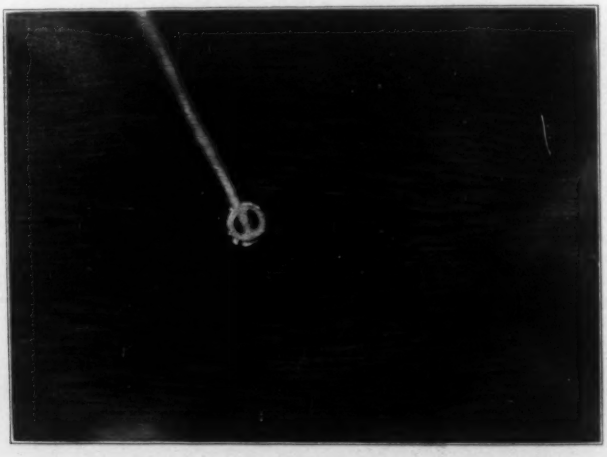


Fig. 5.

hierbei wegen der verhältnismäßig geringen räumlichen Ausdehnung der Flüssigkeit (die Abmessungen des Flüssigkeitsvolumens waren:

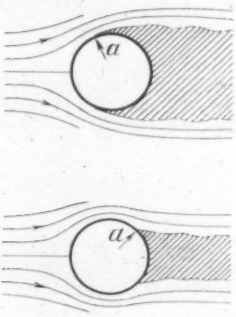


Fig. 6.

Länge = 34 cm, Breite = 24 cm, Tiefe = 8 cm) nicht Anspruch auf völlige Übereinstimmung mit der Bewegung einer unbegrenzten Flüssigkeit machen. Der Charakter der Lambschen Strömung, insbesondere die Abwesenheit von Wirbeln hinter dem Körper, ist indessen hier noch deutlich zu erkennen. Ein Übergangszustand zur Bewegung mit vollständig ausgebildeten Wirbeln hinter dem Körper ist dadurch gekennzeichnet, daß der Nachlauf hinter dem Körper anfängt eine hin- und herschlängelnde Bewegung zu machen (ungefähr bei $R = 100$). Bei weiterem Anwachsen der Reynoldsschen Zahl bilden sich nun Wirbel von sehr regelmäßiger Anordnung, die von v. Kármán eingehend und erfolgreich untersucht worden sind[1]). Die Existenz dieser Wirbel ist auf akustischem Wege gut nachweisbar, da sie wegen ihrer regelmäßigen Folge die Luft in Schwingungen versetzen, welche gut hörbare Töne erzeugen. Wir haben auf diese Weise das Vorhandensein von Kármán-Wirbeln bis zu Reynoldsschen Zahlen von rd. 100 000 festgestellt. Mit Überschreitung der kritischen Reynoldsschen Zahl tritt eine neue wesentliche Änderung der Strömungsform ein, indem diejenige Stelle auf der Oberfläche, von welcher aus die Wirbelbildung einsetzt, die sogenannte „Ablösungsstelle", mehr nach der Rückseite des Zylinders hin wandert. Diese beiden Strömungsformen sind in Fig. 6 schematisch dargestellt, wobei das Wirbelgebiet in beiden Fällen durch Schraffur angedeutet ist. Man sieht, daß nach Überschreitung der kritischen Zahl die Breite des Wirbelgebietes, die annähernd ein Maß für die Größe des Widerstandes darstellt, er-

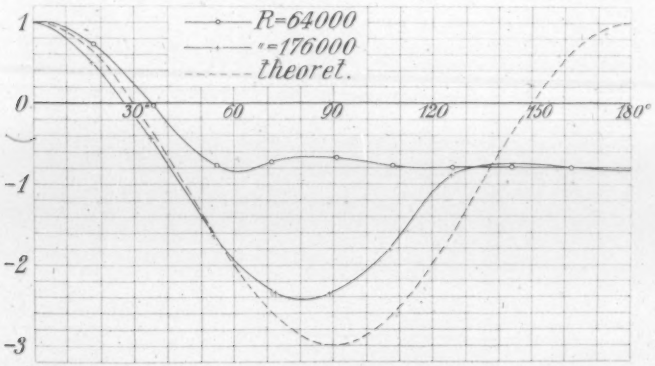


Fig. 7.

heblich kleiner ist. Die Ablösungsstelle, an der die glatte Strömung die Oberfläche verläßt, ist mit a bezeichnet. Die Druckverteilung für den Zylinder in der ebenen Strömung für den unter- und überkritischen Zustand ist in Fig. 7

1) T. v. Kármán u. H. Rubach, Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes. Diese Zeitschr. 13, 49, 1912.

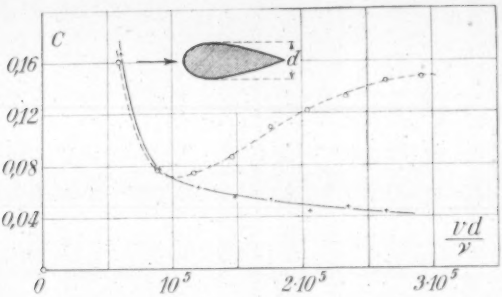


Fig. 8.

nach englischen Versuchen dargestellt[1]). Die auf der Abszissenachse aufgetragenen Winkel sind von dem vordersten Punkt (Staupunkt) des Zylinders aus gerechnet. Die Ordinaten bedeuten hierbei das Verhältnis des an irgendeiner Stelle gemessenen Druckes zu dem Drucke am Staupunkte. Die gestrichelte Linie ist die aus der Theorie der reibungslosen Flüssigkeit sich ergebende Druckverteilung, die den Widerstand Null liefert. Dieser Verteilung kommt die bei der Reynoldsschen Zahl $R = 176\,000$ erhaltene Druckverteilung erheblich näher als die unterkritische Verteilung bei $R = 64\,000$. Die nähere Untersuchung zeigt nun, daß die Wanderung der Ablösungsstelle nach hinten damit zusammenhängt, daß die von der Zähigkeit beeinflußte Strömung in der allernächsten Nähe der Oberfläche, die ursprünglich in einem glatten Entlanggleiten der flüssigen Schichten besteht, bei Überschreitung einer gewissen Reynoldsschen Zahl plötzlich stark mit kleinen Wirbeln durchsetzt wird. Man sagt, die Grenzschicht wird „turbulent". Erzeugt man diese Turbulenz, die bei einer bestimmten Reynoldsschen Zahl von selbst sich einstellt, durch besondere Vorrichtungen, z. B. indem man vor den Versuchskörper ein grobes Sieb von passender Maschenweite aufstellt oder durch wirbelerzeugende Hindernisse auf der Vorderfläche des Körpers (z. B. Rauhigkeiten), so kann die Verlagerung der Ablösungsstelle nach rückwärts auch schon bei kleineren Reynoldsschen Zahlen erreicht werden.

Auch nach Überschreitung der kritischen Zahl zeigen sich mitunter sehr eigenartige Erscheinungen, die sich in einer starken Veränderlichkeit der Widerstandszahl äußern. Insbesondere scheint hier die Rauhigkeit der Oberfläche eine wesentliche Rolle zu spielen. Ein Beispiel für einen solchen Fall ist in Fig. 8 wiedergegeben. Dargestellt ist wieder die Widerstandszahl abhängig von der Reynoldsschen Zahl $\frac{vd}{\nu}$, wobei d die Dicke senkrecht zur Strömungsrichtung ist, für einen hinten zugespitzten Zylinder, dessen Querschnitt aus der gleichen Abbildung zu ersehen ist. Die ausgezogene Kurve wurde bei vollkommen glatter Oberfläche erhalten, die gestrichelte bei schwacher Rauhigkeit der Oberfläche. In letzterem Falle tritt, wie man sieht, nach Überschreitung der kritischen Zahl, die hier bei etwa $R = 70\,000$ liegt, wieder ein starkes Anwachsen der Widerstandszahl ein, so daß auch für diesen Bereich das quadratische Widerstandsgesetz mit konstanter Widerstandszahl keineswegs befolgt wird. Eine wesentliche Aufgabe der experimentellen Aerodynamik wird sein, zu versuchen, diese eigenartigen Vorgänge zu klären.

Der Verfasser möchte zum Schlusse nicht versäumen, Herrn Prof. Prandtl für die wirksame Unterstützung, die er dieser Arbeit zuteil werden ließ, seinen herzlichsten Dank auszusprechen.

Göttingen, Aerodynamische Versuchsanstalt, April 1921.

(Eingegangen 25. April 1921.)

1) G. J. Taylor, Pressure distribution round a cylinder. Techn. report of the advisory committee for aeronautics, 1915/16, S. 30.

Verfahren zur Kompensation der elastischen Nachwirkung.

Von K. Bennewitz.

Meßinstrumente mit federnden Teilen irgendwelcher Form[1], wie insbesondere Anaeroidbarometer, Manometer, Federwagen usw. leiden an dem Übelstand, daß sie eine elastische Nachwirkung besitzen, die bei genaueren Messungen von Belang werden kann. Die Versuche, durch Formgebung der betreffenden Teile diesen Fehler herunterzudrücken, haben zwar gewisse Erfolge gezeitigt; eine vollständige Beseitigung ist auf diesem Wege jedoch nicht möglich, da die elastische Nachwirkung eine nicht zu umgehende Materialeigenschaft ist. In einzelnen Fällen lassen sich die dadurch bedingten Fehler nachträglich korrigieren; aber abgesehen von der damit verbundenen Mühe gibt es Fälle, in denen dies Verfahren nicht zum Ziele führt, nämlich überall da, wo es sich um Erreichung oder Innehaltung bestimmter vorgeschriebener Werte handelt, wie z. B. bei sprungweiser Eichung einer Skala oder bei Regulierung auf Konstanz. Endlich ist aber auch eine nachträgliche Korrektion häufig gar nicht möglich, da zur Berechnung die ganze Vorgeschichte des elastischen Systems oder, im Sinne der Maxwellschen Auffassung, nicht nur die augenblickliche Deformation, sondern auch ihre sämtlichen Abgeleiteten nach der Zeit bekannt sein müssen, was kaum jemals der Fall sein wird.

Hier kann nun ein im folgenden zu beschreibendes Verfahren angewendet werden, das den erwähnten Fehler selbständig eliminiert. Es wurde zuerst bei Anaeroidbarometern zum Zwecke der Höhenmessung im Flugzeuge, wo schnelle Druckänderungen auftreten, erprobt, kann aber auch in sinngemäßer Weise auf andere Apparate übertragen werden und dürfte namentlich für Laboratoriumsmessungen wertvoll sein. Es besitzt eine gewisse Ähnlichkeit mit der bei Pendeln zur Kompensation der thermischen Ausdehnung verwendeten Methode.

Prinzip der Anordnung.

Zum leichteren Verständnis wollen wir zuerst eine bestimmte Anordnung betrachten. Man pflegt sich die elastische Deformation als aus zwei Teilen bestehend vorzustellen, nämlich der zeitlosen elastischen Verschiebung und der zeitlichen elastischen Nachwirkung. Gesetzt, man verfüge über zwei elastische Systeme, etwa zwei Anaeroiddosen, deren elastische Nachwirkungen genau gleich sind, deren Hubwege bei gleichen Beanspruchungen sich jedoch unterscheiden. Setzt man die beiden nun so zusammen, daß sie sich in ihrer Wirkung subtrahieren, so fällt der zeitliche Teil vollkommen heraus, trotzdem entspricht einer endlichen Druckbelastung eine endliche Verschiebung.

Beispielsweise seien in Fig. 1 A und B die beiden Dosen; die Unterseite von A ist auf dem Boden befestigt, die Oberseite trägt eine starre Brücke C, an der die Oberseite der

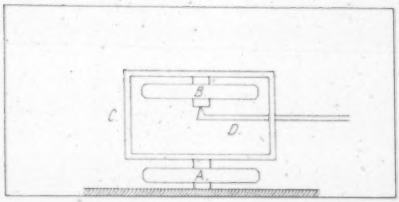


Fig. 1.

Dose B hängt. Die Unterseite von B ergibt alsdann die Differenz der Bewegungen beider Dosen; sie kann durch ein Hebelwerk D zu Meßzwecken nach außen übertragen werden.

Damit wäre die Aufgabe grundsätzlich gelöst. Es erheben sich jedoch zwei Fragen: einmal, kann man Systeme von gleicher elastischer Nachwirkung technisch herstellen? Wenn aber nicht, wie läßt sich diese Forderung umgehen? Zweitens aber: ist es überhaupt möglich, zwei elastische Systeme so zu gestalten, daß ihre zeitlosen und zeitlichen Verschiebungen nicht im gleichen Verhältnis zueinander stehen; oder anders ausgedrückt: bedingen sich nicht etwa Verschiebung und Nachwirkung gegenseitig? Wäre dies der Fall, so wäre die in Fig. 1 beschriebene Anordnung undurchführbar.

Diese beiden Fragen sollen nun im folgenden gemeinsam beantwortet werden. Es wird dabei auf eine frühere Arbeit des Verfassers[1]) über die elastische Nachwirkung Bezug genommen, in der der Standpunkt vertreten wird, daß eine Zerlegung in einen zeitlichen und einen zeitlosen Teil nicht zweckdienlich ist. Die obigen Ausführungen, die dem zu widersprechen scheinen, wurden nur der Anschaulichkeit halber gegeben und finden in folgendem eine exaktere Fassung.

Theorie.

In der oben erwähnten Arbeit ist für die gesamte Deformation y eines elastischen Systems, die durch eine mit der Zeit veränderliche Kraft $G = f(t)$ zur Zeit t_a hervorgerufen wird, die Gleichung abgeleitet worden:

1) K. Bennewitz, diese Zeitschr. **21**, 703, 1920.

$$\gamma = \beta \int_{t_0}^{t_a} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau} \qquad (1)$$

Hierin bedeutet t_0 den Zeitpunkt, an dem die Kraft auf den völlig ausgeruhten Körper zu wirken beginnt; β und τ sind Konstanten, die von Material und Form abhängen. Bezüglich der Eigenschaften dieser Gleichung muß auf die Originalarbeit verwiesen werden.

Wir wollen sie nun auf eine bestimmte Anordnung anwenden. Es seien (Fig. 2) A und B die Ruhestellungen zweier elastischer Systeme, etwa der Teller zweier Anaeroiddosen, die den gleichen zeitlichen Druckschwankungen unterworfen sind.

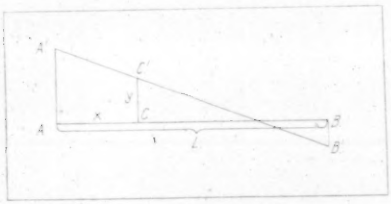


Fig. 2.

Die Stellung dieser Dosen sei derart, daß etwa einer äußeren Druckverminderung eine Verschiebung von A nach A' und von B nach B' entspricht. A und B sind durch einen starren Stab L verbunden, der sich bei der gedachten Verschiebung in die Lage $A'B'$ begibt. Die geringe Längenänderung, die L hierbei erleiden müßte, ist belanglos. Nennen wir die Deformationen, die A und B zu einem bestimmten Zeitpunkt erlitten haben, y_1 und y_2, so hat sich ein beliebiger Punkt C im Abstande x von A um die Strecke y verschoben. Aus der Figur ergibt sich:

$$y = \left(1 - \frac{x}{L}\right) y_1 - \frac{x}{L}\, y_2. \qquad (2)$$

Die beiden Systeme A und B sind durch die Konstanten $\beta_1 \tau_1$ bzw. $\beta_2 \tau_2$ charakterisiert. Unter Benutzung von Gleichung (1) ergibt sich dann:

$$y = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \beta_1 \int_{t_0}^{t_a} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau_1} - \frac{x}{L}\, \beta_2 \int_{t_0}^{t_a} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau_2}. \qquad (3)$$

Wir verwandeln die Integrale, indem wir

$$t' = t_a - t + \tau, \qquad (4)$$

also

$$t = t_a - t' + \tau$$

und

$$dt = -dt'$$

einführen und in eine Taylorsche Reihe entwickeln.

$$\int_{t_0}^{t_a} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau} = \int_{t'_a}^{t'_0} \frac{f(t_a + \tau - t')}{t'}\,dt' =$$

$$= \int_{t'_a}^{t'_0} dt' \left[\frac{f(t_a + \tau)}{t'} + \sum_{1}^{\infty} \frac{t'^{\,\nu-1}}{\nu!} (-1)^{\nu} f^{(\nu)}(t_a + \tau) \right] \qquad (5)$$

$$= \left[f(t_a + \tau) \ln t' + \sum_{1}^{\infty} \frac{t'^{\,\nu}}{\nu!\,\nu} (-1)^{\nu} f^{(\nu)}(t_a + \tau) \right]_{t'_a}^{t'_0}.$$

In dieser Gleichung können wir τ als sehr klein gegen t_a unterdrücken, was jedoch in Gleichung (4) nicht gestattet ist, da $t_a - t = 0$ werden kann. Indem wir Gleichung (4) und die Grenzen einsetzen, erhalten wir:

$$\int_{t_0}^{t_a} \frac{f(t)\,dt}{t_a - t + \tau} = f(t_a) \ln \frac{t_a - t_0}{\tau} + \sum_{1}^{\infty} f^{(\nu)}(t_a)\, \varphi_\nu(t_a, t_0), \qquad (6)$$

wobei

$$\varphi_\nu(t_a, t_0) = \frac{(-1)^\nu}{\nu!\,\nu} \left[(t_a - t_0 + \tau)^\nu - \tau^\nu \right]. \qquad (7)$$

Auch in Gleichung (7) dürfen wir τ unterdrücken, so daß φ_ν tatsächlich nur Funktion von t_a und t_0 ist, nicht aber mehr von τ. Wir führen nun Gleichung (6) mit den entsprechenden Indizes in Gleichung (3) ein und erhalten:

$$y = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \beta_1 f(t_a) \ln \frac{t_a - t_0}{\tau_1} + \left(1 - \frac{x}{L}\right) \beta_1 \sum_{1}^{\infty} f^{(\nu)}(t_a)\, \varphi_\nu(t_a, t_0) - \frac{x}{L}\, \beta_2 f(t_a) \ln \frac{t_a - t_0}{\tau_2} - \frac{x}{L}\, \beta_2 \sum_{1}^{\infty} f^{(\nu)}(t_a) \varphi_\nu(t_a, t_0),$$

oder anders geschrieben:

$$y = \left[\left(1 - \frac{x}{L}\right) \beta_1 - \frac{x}{L}\, \beta_2 \right] \left[f(t_a) \ln (t_a - t_0) + \sum_{1}^{\infty} f^{(\nu)}(t_a) \varphi_\nu(t_a, t_0) \right] - f(t_a) \left(1 - \frac{x}{L}\right) \beta_1 \ln \tau_1 + f(t_a) \frac{x}{L}\, \beta_2 \ln \tau_2. \qquad (8)$$

Über x können wir noch frei verfügen; wählen wir es so, daß

$$\left(1 - \frac{x}{L}\right)\beta_1 = \frac{x}{L}\beta_2, \qquad (9)$$

so wird:

$$\gamma = f(t_a)\left[\frac{x}{L}\beta_2 \ln \tau_2 - \left(1 - \frac{x}{L}\right)\beta_1 \ln \tau_1\right]. \qquad (10)$$

In der Klammer kommen jetzt nur noch konstante Größen vor; γ ist also proportional der augenblicklich wirkenden Kraft $f(t_a)$, d. h. nachwirkungsfrei. Hierzu ist noch nötig, daß die Klammer nicht verschwindet. Die dazu notwendige und hinreichende Bedingung lautet mit Rücksicht auf Gleichung (9): $\tau_1 \lesssim \tau_2$, was erfahrungsgemäß immer erfüllbar ist.

Da nämlich τ im wesentlichen eine Materialkonstante ist, so können wir durch Benutzung zweier Systeme verschiedenen Materials dieser Bedingung genügen. Damit ist denn auch die Frage nach der Realisierbarkeit der Systeme erledigt.

Die andere Frage bezüglich der Verwendung einer geeigneten Anordnung wird durch Gleichung (9) beantwortet. Diese besagt, daß man bei Verbindung zweier beliebiger Systeme nach dem Schema der Fig. 2 durch Wahl des Punktes C immer Nachwirkungsfreiheit erzielen kann, ohne etwa bei der Auswahl der Systeme gebunden zu sein.

Auf eine mögliche Temperaturempfindlichkeit der Anordnung wollen wir hier nicht eingehen, da noch zu wenig Erfahrung darüber vorliegt.

Praktische Anwendungsformen.

Die sich aus dem Schema der Fig. 2 ergebende Form für ein kompensiertes Barometer ist in Fig. 3 dargestellt. Zwei versetzt angeordnete Dosensysteme mit ungleichartigen elastischen Eigenschaften wirken auf einen gemeinsamen Hebel C, auf dem ein Läufer D verschiebbar ist; dieser überträgt die Bewegung weiter auf ein Hebelwerk.

Versuche mit derartigen Instrumenten gaben

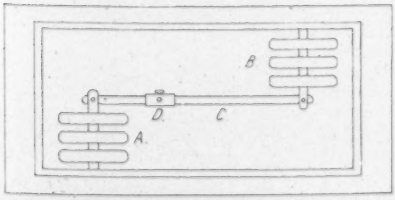


Fig. 3.

ausgezeichnete Resultate; es gelingt leicht, den absoluten Wert der Nachwirkung auf wenige Prozent des Wertes zu bringen, den das einzelne nicht kompensierte System besitzt. Man wird natürlich gealterte Dosen verwenden, weil andernfalls häufig nachjustiert werden muß. Durch Alterung allein dürfte man schwerlich derart günstige Ergebnisse erhalten. — Auch Manometer lassen sich nach Fig. 3 ausführen.

Das Verfahren läßt sich nun nicht nur auf Dosen anwenden, sondern auch auf beliebige Federn; in dieser Form kann es bei Federwagen oder zu anderen Kräftemessungen dienen.

Immer kommt es darauf an, die zu messende Kraft in zwei einander proportionale Teile zu zerlegen, die auf die beiden Federsysteme gesondert wirken. Man könnte etwa daran denken, die Kraft mittelst zweier getrennter Schnurläufe mit Rollenführung auf die beiden durch einen Stab verbundenen Systeme A und B zu übertragen (Fig. 4). Eine derartige Vorrichtung würde

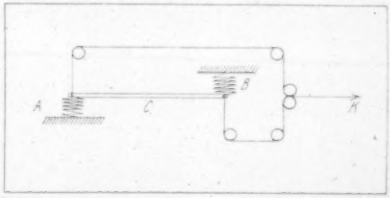


Fig. 4.

aber infolge Reibung und toten Ganges nicht sehr sicher arbeiten.

Viel zuverlässiger ist die in Fig. 5 gegebene

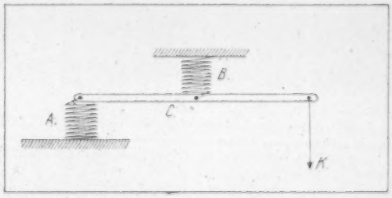


Fig. 5.

Anordnung. Hier wirkt die Kraft K auf das Ende des Hebels C, der durch die beiden Federn A und B getragen wird. Nun sind zwar die auf A und B wirkenden Teilkräfte nicht mehr gleich wegen der verschiedenen Hebelmomente, wohl aber immer einander proportional. Die Theorie erfährt dadurch keine wesentliche Abänderung; lediglich die Größen β

ändern ihren Wert. Jedenfalls muß sich auf dem Hebel C immer ein Punkt befinden, der nachwirkungsfrei arbeitet. Diese Anordnung dürfte sich für Federwagen und ähnliche Instrumente besonders bewähren.

Charlottenburg, 6. April 1921.

(Eingegangen 11. April 1921.)

Theoretisches über neuere Beobachtungen zur Relativitätstheorie. (Nachtrag.)

Von M. v. Laue.

Auf der Naturforscherversammlung in Nauheim[1]) konnte der Verfasser für die Theorie der Rotverschiebung der Spektrallinien den Nachweis erbringen, daß sich in einem Koordinatensystem mit der Maßbestimmung

$$d\tau^2 = V^2 dx^4 - \sum_{ik=1}^{3} \gamma_{ik} dx^i dx^k, \qquad (8)$$

sofern in ihr die Koeffizienten V und γ_{ik} von $t = \frac{x^4}{c}$ unabhängig sind, die Lichtwellen im leeren Raum ohne Änderung ihrer Fortpflanzung. Doch knüpfte der Gedankengang an die Näherungsgleichung (6) an, so daß man schließlich hätte fragen können, ob denn der Beweis in Anbetracht der Kleinheit dieses Effekts auch genau genug wäre. Obwohl dies wohl der Fall ist, wollen wir ihn hier doch durch einen anderen ersetzen, welcher unmittelbar von der streng gültigen Wellengleichung (4) ausgeht.

Wir machen in ihr den Ansatz

$$\Phi_i = B_i e^{\sqrt{-1}\nu t}.$$

Die Frequenz ν und der Vektor B sollen als Funktion von x^1, x^2, x^3 angenommen werden. Aus ihm folgt:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x^j} = e^{\sqrt{-1}\nu t}\left(\frac{\partial B_i}{\partial x_j} + \sqrt{-1}\, B_i \frac{\partial(\nu t)}{\partial x^j}\right),$$

$$\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^k \partial x^j} = e^{\sqrt{-1}\nu t}\left[\frac{\partial^2 B_i}{\partial x^k \partial x^j} + \right.$$

$$+ \sqrt{-1}\left(\frac{\partial B_i}{\partial x^k}\frac{\partial(\nu t)}{\partial x^j} + \frac{\partial B_i}{\partial x^j}\frac{\partial(\nu t)}{\partial x^k}\right) +$$

$$\left. + B_i \frac{\partial^2(\nu t)}{\partial x^k \partial x^j}\right) - B_i \frac{\partial(\nu t)}{\partial x^k}\cdot\frac{\partial(\nu t)}{\partial x^j}\Big].$$

Ist weder k noch l gleich 4, so hat der letzte Summand $\left(B_i \frac{\partial(\nu t)}{\partial x^k}\frac{\partial(\nu t)}{\partial x^j}\right)$ den Faktor t^2. Sonst treten in beiden Klammern nur Glieder auf, welche in t von der ersten oder nullten Ordnung sind.

Nun enthält aber die Wellengleichung (4) die für den ladungsfreien Raum ($P = 0$)

$$-\frac{1}{\sqrt{-g}}\sum_{kl=1}^{4} g^{kl}\frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x^k \partial x^l} + F_i = 0$$

lautet: zufolge der Maßbestimmung (8) außer den Φ_i und ihren Ableitungen nur von t unabhängige Ausdrücke. Sie ist außerdem in den Φ_i und ihren Ableitungen linear. Also erhalten wir in ihr nur ein Glied mit t^2, und dies lautet nach Abspaltung des überall auftretenden Faktors $e^{\sqrt{-1}\nu t}$

$$t^2 \cdot \frac{B_i}{\sqrt{-g}}\sum_{kl=1}^{3} g^{kl}\frac{\partial \nu}{\partial x^k}\frac{\partial \nu}{\partial x^l} =$$

$$= -t^2 \frac{B_i}{\sqrt{-g}}\sum_{kl=1}^{3}\gamma^{kl}\frac{\partial \nu}{\partial x^k}\frac{\partial \nu}{\partial x^l}$$

Denn es ist für $g^{kl} = -\gamma^{kl}$ $k, l = 1, 2, 3$. Soll die genannte Gleichung identisch in t erfüllt sein, so muß danach die definierte quadratische Form, welche als Faktor von t^2 auftritt, verschwinden, somit muß ν konstant sein.

Berlin, April 1921.

(Eingegangen 26. April 1921.)

Über die Eigenschaften des Begriffes „Gesamtphysik"[1]).

Von Hugo Dingler.

Zu den im Jahrg. 1920, S. 487 dieser Zeitschrift von mir unter dem Titel „Der starre Körper" gegebenen Ausführungen möchte ich als Weiterbildung der dort gegebenen Gedankengänge Folgendes in Kürze hinzufügen.

Die Diskussionen, welche meine Mitteilung (und sonstige Publikationen) im Gefolge hatten, haben mir gezeigt, daß immer noch die Möglichkeit, daß die Art „der Geometrie unseres Raumes" nicht aus der Realität entnommen werden könne, sondern durch uns als Vorschrift der Realität auferlegt werde (trotzdem sich die Unmöglichkeit des ersteren und das tatsächliche Bestehen des letzteren, wie ich in jener Note zeigte, direkt aufweisen läßt), oft von vornherein als derart ausgeschlossen betrachtet wird[2]), daß

1) M. v. Laue, diese Zeitschr. **21**, 659, 1920. Die dortige Numerierung der Gleichungen wird hier benutzt und fortgesetzt.

1) Das Nachstehende ist auch eine ganz kurze vorläufige Mitteilung über in meinem bei Vereinigung wissenschaftlicher Verleger, Berlin und Leipzig, erscheinenden Buche „Physik und Hypothese" erhaltene Resultate.

2) Manche meinen alte Aprioristik Hegelscher Observanz vor sich zu haben. Glücklicherweise zeigt sich dem tiefer Blickenden, daß dem nicht so ist.

der Leser gar nicht wagt, die Argumente dafür ruhig auf sich wirken zu lassen. Dies beruht auf der sozusagen instinktiven, jedoch gänzlich unbewiesenen Meinung, daß die Geometrie in jeder Hinsicht genau dasselbe sei, wie irgendein anderes physikalisches Gebiet, und daher genau ebenso behandelt und betrachtet werden müsse. Gerade dies ist aber nicht der Fall. Und dafür möchte ich heute eine Vorstellungsweise als Beweis mitteilen, welche nicht nur dies ohne weiteres zeigt, sondern auch die Eigenschaft hat, die eben noch als völlig unfaßbar erscheinende Möglichkeit eines „Vorschreibens der Geometrie durch uns selbst" sofort unmittelbar ersichtlich zu machen.

Um irgendeine gestaltliche Veränderung feststellen und sogar messen zu können, muß zunächst feststehen, welche Charakteristiken dafür bestehen, daß ein Körper keine gestaltliche Veränderung erleidet. Nur relativ zu dem Zustande der gestaltlichen Unveränderheit hat die Messung einer solchen Veränderung überhaupt einen Sinn. Diese Charakteristiken sind dann also die des starren Körpers und damit die der „Geometrie unseres Raumes". Wir sehen, vor irgendeiner sinnvollen Messung einer Gestaltveränderung muß die Geometrie unseres Raumes stets mit mindestens der gleichen Genauigkeit, als mit der diese Messung gemacht werden soll, schon festliegen. Sie muß also mit jeder beliebigen Genauigkeit überhaupt festliegen.

Die Geometrie ist also der „Nullpunkt"[1] sozusagen, von dem aus erst jede Gestaltveränderung gemessen werden kann. Da aber jede physikalische Messung auf die Messung von Gestaltsveränderungen schließlich hinausläuft, so hat jede physikalische Messung erst Sinn, wenn dieser Nullpunkt festgelegt ist.

Diese Festlegung kann aber nicht aus der Wirklichkeit, dem Experiment entnommen werden, denn es gibt unterhalb der groben Wahrnehmungsgenauigkeit kein Mittel (und auch über dieser nur scheinbar), den veränderten vom unveränderten Körper zu unterscheiden, welches nicht schon implizit eine logische Definition des starren Körpers enthielte.

Nun ist klar, daß jedes Meßinstrument auf seiner Skala einen Nullpunkt aufweisen muß. Dieser Nullpunkt untersteht völlig unserer Wahl. Aus dem Gesagten leuchtet ein, daß für den obigen „Nullpunkt" jeder physikalischen Messung überhaupt genau das Analoge gilt. Also unterliegt auch die Art unserer Geometrie unserer Wahl, und es ist selbstverständlich, daß diese auf praktischste Weise vorgenommen werden muß. Die einfachste Geometrie ist die euklidische[1] und diese ist daher zu wählen.

Es zeigt sich, daß unsere ganze Physik (die „Gesamtphysik") nichts anderes ist von einem sehr weiten Standpunkt aus, als die Hineintragung eines grandiosen Beschreibungssystems, Messungsskala, in die Natur[2]. Damit ist aber klar, daß dieses, wie jedes andere Maßsystem, einen Nullpunkt, eine Messungsbasis haben muß. Diese ist die Geometrie[3]. An einer Messungsskala ist aber außer dem Nullpunkt noch etwas unserer Wahl unterworfen: es ist die Maßeinheit, die Größe des „Grades". Alles, was vom Nullpunkt abweicht, wird durch diese Gradeinheit „gemessen".

Nun sind in der Physik (Gesamtphysik) alles, was vom Nullpunkt, der reinen Geometrie, dem starren Körper, abweicht, Vorgänge, und mit ihnen erst beginnt eigentlich die Physik. Diese Vorgänge sollen erklärt werden. Solche Erklärung geschieht durch andere Vorgänge, sie liefern die „kausale" Erklärung des zusammengesetzteren Vorganges. Das Ideal ist, alle physikalischen Vorgänge durch die gleichen „Fundamentalvorgänge" zu erklären. Am liebsten durch einen einzigen. (Siehe das derzeitige teilweise Bestreben, alle Erscheinungen auf elektrische zurückzuführen.)

Dieser gemeinsame Fundamentalvorgang, der allen übrigen zugrunde liegt, wäre die „Elementarkausalität", oder „Elementar-Kausalverknüpfung" und könnte niemals selbst wieder durch andere Vorgänge erklärt werden, da er selbst ja allen übrigen zugrunde liegen soll. Er ist also sozusagen die „Maßeinheit", der Grad, durch den alle Erscheinungen nun vom Nullpunkte aus gemessen, aufgebaut werden sollen. Die Auffassung der Gesamtphysik als eines „Ausmessens" (Ausschöpfens) der Wirklichkeit von dem Nullpunkt der Geometrie aus mittels dieses Elementarvorganges als Gradeinheit zeigt sofort (man kann es auch direkt beweisen), daß die Wahl dieser Gradeinheit ebenfalls völlig uns überlassen ist. Die Wahl wird wiederum auf die einfachste solche Elementarkausalität fallen, und diese ist, wie ich gezeigt habe (Zeitschr. f. Phys. l. c.), der Vorgang des Newtonschen Gesetzes. Damit aber ergeben sich bemerkenswerte Konsequenzen für die Erkenntnis der Natur dieses Gesetzes.

---

1) Diese Vorstellungsweise wurde zuerst von mir in dem oben genannten Aufsatz angedeutet.

1) Siehe meinen Aufsatz: „Über den Begriff der Einfachstheit in der Methodik der Physik usw." Zeitschr. f. Phys. 1920, S. 425—436.

2) Ebenso, wie z. B. die Thermometerskala ein Beschreibungssystem zur Darstellung der Bewegungen der *Hg*-Säule bildet.

3) Denn sie ist, wie gezeigt, die Basis, von der aus erst irgendeine Messung vorgenommen werden kann.

Das Gesetz selbst ist in seiner Eigenschaft als freizuwählendes erstes Erklärungsprinzip der kausalen Naturvorgänge selbst nicht mehr weiter aus anderen Vorgängen erklärbar und erklärungsbedürftig, und ebenso natürlich die in ihm vorkommende Fernwirkung[1]).

Weiterhin aber sagt uns diese Auffassung der Gesamtphysik, daß nunmehr, nachdem Nullpunkt und Gradeinheit festgelegt wurden, wie bei jeder Messungsskala, alle weitere Messung eindeutig bestimmt ist, und nichts mehr sonst unserer Wahl unterliegt[2]). Haben wir also die genannten beiden Wahlen getroffen, dann erst befinden wir uns auf dem Boden jener Physik, wie man sie sich bisher immer vorgestellt hat, wo nichts mehr der Wahl untersteht und alles Weitere eindeutig und absolut dem Experiment entnommen werden muß, bzw. seiner Entscheidung untersteht, jetzt aber erst steht man in dieser Hinsicht auf einem absolut sicheren Boden, der keinerlei unerwartete Überraschungen in Hinsicht von vollkommenen Umwälzungen usw. mehr befürchten läßt.

Wegen näherer Begründung und Ausführung muß ich auf mein eingangs genanntes Buch verweisen[3]).

1) Es soll damit nicht gesagt sein, daß nun sofort alle Vorgänge durch das Newtonsche Gesetz erklärbar sein müßten. Das widerspräche dem Sinne des Ganzen. Von vornherein läßt es sich natürlich nie sagen, wann es gelingen wird, ein bestimmtes Gebiet in dieser Weise aufzufassen. Bevor dies eintritt, werden seine Erscheinungen durch andere Vorgänge erklärt werden, die dann selbst wieder weiterer Erklärung bedürfen. Auch die elektrischen Erscheinungen bedürfen noch solcher. So mögen die Vorgänge im Atom durchaus zu Recht vorerst auf elektrische zurückgeführt werden, immerhin könnte es sein, daß wir einer weiteren Erklärung schon näher sind, als es den Anschein hat. Nur das zeigen die oben skizzierten Überlegungen, daß, wenn einmal eine Zurückführung auf das Newtonsche Gesetz gelungen ist, eine weitere Reduktion zwecklos und unmöglich bleibt.

2) Natürlich muß man in der experimentellen Forschung und deren vorläufiger Erklärung (Hypothesenbildung) immer wieder zu gewissen Wahlen greifen, aber diese sind eben vorläufig, bis die Reduktion auf das Newtonsche Gesetz einmal gelungen sein wird. Erst diese ist endgültig und dann tritt das Gesagte in Kraft.

3) Die oben skizzierten Ausführungen dürften auch den Weg wirklich zu Ende gehen, den Henri Poincaré in „Wissenschaft und Hypothese" zuerst eingeschlagen hat, an dessen Ausbau ich selbst seit Jahren arbeite, und dem sich A. Einstein in seinem neuesten Akademievortrag „Geometrie und Erfahrung" nunmehr (Januar, erschienen Mai 1921) anschließt, und geben diesem Wege erst seine völlige Rechtfertigung.

München (Universität).

(Eingegangen 16. April 1921.)

Werte der erdmagnetischen Elemente an deutschen Hochschulorten für den Zeitpunkt 1921.5.

Mitgeteilt namens des Magnetischen Observatoriums Potsdam des Preuß. Meteorologischen Instituts.

Von Adolf Schmidt.

Gelegentliche Anfragen Physikalischer Institute haben Anlaß zu einer Zusammenstellung gegeben, deren Mitteilung an diesem Orte vielleicht nicht unwillkommen ist. Sie enthält die für das Jahr 1921, genauer für seine Mitte geltenden Werte der erdmagnetischen Elemente an allen Orten des derzeitigen Deutschen Reichs, Deutsch-Österreichs und des Freistaates Danzig, an denen sich Hochschulen (Universitäten, Technische und Landwirtschaftliche Hochschulen, Bergakademien, Forstakademien) befinden.

Zur Umrechnung auf andere Zeitpunkte genügt es, überall eine der Zeit proportionale Änderung anzunehmen, die bis auf weiteres bei der westlichen Deklination zu $-10'$, bei der Inklination zu $+2'$ und bei der Horizontalintensität zu $-0{,}0002\ I'$ ($g^{1/2}\,cm^{-1/2}\,sec^{-1}$) im Jahre anzusetzen ist.

Die Angaben für Graz, Innsbruck, Wien beruhen auf den für 1890.0 gültigen Werten, die Liznar bei seiner magnetischen Aufnahme von Österreich (1889—1895) gefunden hat, alle übrigen auf den von K. Haußmann in Petermanns Mitteilungen (1913) veröffentlichten Karten (1 : 1500000), in denen er die Ergebnisse der magnetischen Vermessungen von Norddeutschland (außer Sachsen) durch Eschenhagen und Edler (1898—1903), Württemberg durch Haußmann (1900), Bayern durch Messerschmitt (1903—1906), Baden, Hessen und Elsaß-Lothringen durch Nippoldt (1906) und Sachsen durch Göllnitz (1907 und 1910) unter Reduktion auf die gemeinsame Epoche 1912.0 zusammengearbeitet hat.

Liznars Werte habe ich zunächst auf 1912.0 umgerechnet und so in das System der übrigen Zahlen eingefügt. Diese Reduktion, die nur auf die Beobachtungen der Observatorien Potsdam und Pola gestützt werden konnte, ist etwas unsicher, was natürlich auch die Schlußwerte beeinflußt.

Zur Umrechnung auf 1921.5 wurden dann den für 1912.0 geltenden Werten der drei Elemente die folgenden Beträge hinzugefügt:

bei der westl. Dekl. $\quad -1^{\circ}28' - 0',4\,(\varphi - 50) - 0',4\,(\lambda - 10)$,

bei der Inklination $\quad +9' + 1',3\,(\varphi - 50) + 0',7\,(\lambda - 10)$,

bei der Hor.-Int. $\quad [-17 - 4{,}2\,(\varphi - 50) - 0{,}5\,(\lambda - 10)] \cdot 10^{-4}\,I'$.

Hierin bedeuten φ und λ die in Graden ausgedrückte geographische Breite und Länge. Die Koeffizienten von $(\varphi - 50)$ und $(\lambda - 10)$ beruhen auf einer Ausgleichung der Säkularvariationen an den west- und mitteleuropäischen Magnetwarten, allerdings nach den Beobachtungen während der Zeit von 1908 bis 1916, da neuere Werte bei den meisten noch nicht vorliegen. Die Übertragung auf die Zeit von 1012 bis 1921 ist bei den zwei letzten Elementen, die erst kürzlich durch ein von Osten nach Westen fortschreitendes Extrem (Minimum bei I, Maximum bei H) hindurchgegangen sind, nicht ganz zutreffend; der Fehler geht indessen nicht über die hier zu ziehenden Grenzen hinaus. Die vom Orte unabhängigen Hauptglieder der Formeln sind so angesetzt worden, daß unter Berücksichtigung der zuverlässigen Extrapolation von 1920 auf 1921 die in Potsdam beobachteten Jahresmittel für 1920.5: Dekl. $7^0\,29',2$, Inkl. $66^0\,33',7$, Hor.-Int. $0{,}18606\,I'$ genau dargestellt werden.

1921.5	Westl. Dekl.	Nördl. Inkl.	Hor.-Int.
Aachen	10° 54′	66° 3′	0,1886 I'
Berlin	7 7	66 39	1854
Bonn	10 23	65 51	1901
Braunschweig	8 37	66 40	1852
Breslau	5 13	65 24	1930
Charlottenburg	7 10	66 40	1853
Danzig	4 17	67 59	1781
Darmstadt	9 20	65 8	1952
Dresden	7 6	65 38	1910
Eberswalde	6 54	66 52	1844
Eisenach	8 38	65 50	1904
Erlangen	8 14	64 29	1971
Frankfurt a. M.	9 28	65 14	1932
Freiberg i. S.	7 1	65 30	1923
Freiburg i. Br.	9 44	63 30	2022
Gießen	9 28	65 35	1913
Göttingen	8 51	66 14	1881
Graz	6 5	61 59	2119
Greifswald	7 3	67 51	1790
Halle a. S.	7 50	66 5	1889
Hamburg	8 51	67 38	1802
Hannover	9 4	66 48	1845
Heidelberg	9 19	64 45	1967
Hohenheim	9 9	64 0	2004
Innsbruck	7 0	62 38	2079
Jena	8 5	65 36	1917
Karlsruhe	9 32	64 17	1987
Kiel	9 2	68 9	1770
Klausthal	8 30	66 23	1869
Köln	10 26	66 0	1893
Königsberg i. Pr.	2 51	67 53	1783
Leipzig	7 38	65 50	1903
Marburg	9 31	65 44	1906
München	7 52	63 18	2045
Münden a. W.	9 4	66 9	1885
Münster	10 6	66 40	1854
Rostock	7 53	67 55	1787
Stuttgart	9 9	64 4	2000
Tharandt	7 1	65 31	1920
Tübingen	9 11	63 53	2009
Wien	5 36	62 58	2073
Würzburg	8 53	64 49	1958

Soweit nicht etwa an einem Orte stärkere örtliche Störungen vorhanden sind, was natürlich nur durch Messungen an Ort und Stelle entschieden werden kann, wird man im allgemeinen annehmen dürfen, daß die Ungenauigkeit der angegebenen Werte bei der Deklination und Inklination nicht über rund 10′, bei der Horizontalintensität nicht über 2 bis 3 Einheiten ($10^{-4}\,I'$) hinausgeht, also nicht wesentlich größer ist, als die ohnehin durch die übliche Nichtberücksichtigung der täglichen Schwankung entstehenden Fehler.

Um die magnetischen Elemente für irgendeinen andern Ort in Deutschland zu finden, verfährt man am besten so, daß man den erwähnten Karten von Haußmann die Unterschiede der für diesen und für einen nahegelegenen, in der Tabelle stehenden Punkt entnimmt und sie den betreffenden Tabellenwerten hinzufügt; denn diese Unterschiede dürfen als nahezu unveränderlich angesehen werden.

(Eingegangen 16. April 1921.)

Die Genauigkeit der Zustandsbeobachtungen und die Berechnung der Umkehrpunkte der Drosselerscheinung.

Von K. Schreber.

Es war ein großer Fortschritt in der Darstellung der Zustandsbeobachtungen, als Amagat $pv = f(p)$ aufzeichnete. Bei einem einfachen Gas müßte $f(p)$ eine gerade Linie parallel der p-Achse sein, und die Abweichungen von ihr sind leicht zu erkennen. Für verschiedene Temperaturen liegen aber diese geraden Linien in sehr weit voneinander getrennten Teilen des Blattes, so daß man sie schwer miteinander vergleichen kann. Teilt man pv durch die Temperatur, bildet also $pv/T = P$, so ist für einfache Gase P unabhängig von der Temperatur gleich R. Zeichnet man $P = f(p)$ auf, so erhält man die Linien unveränderter Temperatur unmittelbar nebeneinander und man kann den Einfluß der Temperatur auf die Abweichungen von den einfachen Gasen leicht überblicken. $P - R$ würde diese Abweichung rechnerisch sein. Teilt man diesen Unterschied noch durch p, bildet also $(P - R)/p = \nu$, so hat man eine Größe, welche die Abweichungen der wirklichen Gase von den einfachen bequem zur Darstellung bringt und sich zeichnerisch leichter behandeln läßt als P, weil sie einen bequemeren Maßstab gestattet.

Ich habe diese Größe für die Beobachtungen Amagats an Luft nach seinem zweiten Ver-

fahren ausgerechnet und die für die vorliegende Frage wichtigen Werte hier aufgeschrieben:

$y \cdot 10^6$.

p	0°	16°	100°	200°
300	1,190	1,345	1,741	1,779
350	1,611	1,658	1,876	1,854
400	1,963	1,956	2,004	1,912
450	2,250	2,220	2,146	1,967

Zeichnet man $y = f(p)$ auf (Fig. 1), so erhält man glatt verlaufende Linienzüge, welche

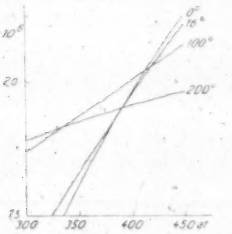


Fig. 1.

keine Möglichkeit bieten, ein Urteil über die Genauigkeit der Beobachtungen zu gewinnen: Amagat hat seine unmittelbaren Beobachtungen nach seinem oben besprochenen Verfahren aufgezeichnet, dann durch sie nach seinem Gefühl eine sich den Beobachtungen nach seiner Meinung am besten anschmiegende glatt verlaufende Linie gelegt und aus dieser die veröffentlichten Zahlen abgelesen. Daß diese und alle aus ihr abgeleiteten wie y in Abhängigkeit von p auf einem glatt verlaufenden Linienzug liegen, ist also durch ihre Herkunft bedingt.

Zeichnet man dagegen $y = f(t)$ auf (Fig. 2), so kann man sich leicht ein Urteil über die Genauigkeit bilden. Man erkennt ohne weiteres, daß die Beobachtungsfehler so groß sind, daß man aus dem Schnitt der 0°- und der 16°-Linie in Fig. 1 keinen Umkehrpunkt ausrechnen darf. Würde man die 0°- und 16°-Punkte in Fig. 2 so verschieben, daß man hier eine gesetzmäßige Änderung der Drucklinien von Druck zu Druck erhielte, so würde sich der Schnittpunkt der 0°- und 16°-Linie in Fig. 1 ganz bedeutend verschieben: man würde vielleicht für 8° einen Umkehrpunkt von 425 Atm. erhalten statt der von Jakob errechneten 391 Atm. Dagegen hilft auch das von Herrn Jakob durch Vereinigung von Rechnung und Zeichnung ausgebildete Verfahren nichts[1]). Man kann durch keinerlei Rechnung oder Zeichnung die Genauigkeit von

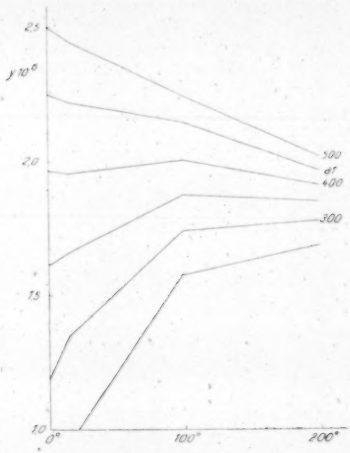


Fig. 2.

Beobachtungen größer machen als sie ist. Die Beobachtungen Amagats sind eben nicht genau genug, um mit ihrer Hilfe die Umkehrpunkte der Drosselwirkung auswerten zu können. Deshalb habe ich in meiner Arbeit auch auf die aus ihnen folgenden Halbachsen der Umkehrpunktsellipse wenig Wert gelegt.

Ich habe mir nicht die Mühe gemacht, die übrigen Beobachtungen, welche Jakob verwertet hat, in ähnlicher Weise auf ihre Genauigkeit nachzuprüfen. Es besteht keine Wahrscheinlichkeit, daß die Beobachtungen Amagats an anderen Stoffen genauer sind als die an Luft. Damit fallen die meisten Punkte Jakobs als unsicher fort und seine Arbeit bringt also durchaus nicht die Entscheidung über die Gestalt der Umkehrpunktslinie, welche er zu erbringen gehofft hatte.

Die von Jakob in meiner kurzen Mitteilung in dieser Zeitschrift vermißte Angabe der Lage der Kleinstwerte von P findet sich im letzten Teil meiner ausführlichen Veröffentlichungen in der Zeitschr. f. kompr. u. flüssige Gase[2]). Ich bemerke hier kurz, daß innerhalb eines gewissen Druckbereiches auf jeder Linie unveränderten Druckes 2 Kleinstwerte von P vorhanden sind.

1) Jakob, diese Zeitschr. **22**, 65, 1921.
2) Zeitschr. f. kompr. u. flüssige Gase, 1920, Heft 6.

(Eingegangen 19. April 1921.)

Das Glockenmirakel von Wehlen.

Von J. Biehle, Berlin-Bautzen.

Als mit brutaler Hand die Enteignung auch in unser hochentwickeltes, in jahrhundertlanger sorgsamer Pflege aufgebautes Glockenwesen eingriff und dabei nur Werte des Alters und der äußeren Gestaltung als Befreiungsgrund, aber keine Rücksichten auf das eigentliche Wesen der Glocke kennen wollte, gelang es noch in letzter Stunde meinen dringlichen Vorstellungen bei den maßgebenden Behörden, der Glocke als musikalischem Instrumente zu ihrem Recht zu verhelfen und auch die Anerkennung des Klangwertes zu erreichen. So konnten da, wo fachmännische Organe vorhanden waren, viele hundert Glocken auf Grund eines günstigen Befundes ihres klanglichen Zustandes oder ihrer Beziehungen zum Geläute gerettet werden.

Eine der vielen Untersuchungsreisen führte mich auch in das freundliche Dörfchen der Sächsischen Schweiz Wehlen, wo ich auf den paradoxen Fall stieß, daß eine akustisch und musikalisch fehlerhafte Glocke aus wissenschaftlichen Gründen zu erhalten sei. Um darüber berichten zu können, muß ich eine kurze Einführung in das Wesen der Glocke als ein akustisches Problem vorausschicken.

Bekanntlich setzt sich der Glockenklang aus einer theoretisch unbegrenzten Anzahl von Eigentönen in vorwiegend unharmonischem Aufbau zusammen. Nur im Bereich der unteren zwei Oktaven kann der Glocke eine solche Gestalt gegeben werden, daß harmonische Schwingungsverhältnisse, wie 1 : 2 : 4, entstehen. Es bauen sich dann zwei mathematisch reine Oktavenintervalle auf, von denen das zweite von zwei weiteren Teiltönen ausgefüllt wird, die sehr gut der Terz und der Quinte eines Moll-Akkordes entsprechen. Auch diesen Intervallen gleichzeitig mit den beiden Oktaven vollkommene Reinheit zu geben, ist ungemein schwierig, aber durchführbar. Dagegen ist die Beeinflussung der Lage der Eigentöne in den oberen Oktaven, gesondert von den unteren, unmöglich, aber auch nicht dringlich, weil die letzteren bei reinen Verhältnissen stark dominieren. — Alle diese Töne der Glocke lassen sich auf dem Wege der Resonanz mit Hilfe der Stimmpfeife, der Stimmgabel oder einer anderen Schallquelle erregen, isoliert von den übrigen darstellen und nach der Schwingungszahl bestimmen.

Innerhalb dieses Klanggebildes tritt aber noch ein Ton auf, der nicht durch Resonanz, sondern lediglich durch Anschlagen zum Erklingen gebracht werden kann. Schon dadurch befindet er sich in einem unüberbrückbaren Gegensatze zu den Tönen der ersteren Art. Aber sein eigenartiges Verhalten geht so weit, daß er mit anderen Schallquellen keine Kombinationstöne und keine Schwebungen bildet. Dieser Schlagton ist sozusagen physikalisch nicht faßbar und somit in der Tonhöhe nicht exakt bestimmbar. Wegen dieser akustisch unerklärlichen Eigenart habe ich ihn in meiner Terminologie des Glockenklanges (siehe Biehle, „Die Analyse des Glockenklanges" im Archiv für Musikwissenschaft, Bückeburg 1918, II) in Kennzeichnung seines Wesens und im Gegensatz zu den „reellen Tönen" der Obertonreihe, die ich auch die „akustischen Konstanten" nenne, als den „imaginären Ton" der Glocke bezeichnet. Er liegt in der Regel der zweiten Konstante am nächsten und kann selbstverständlich mit dieser auch im Einklang stehen. Dann haben wir einen vollkommen reinen „Hauptton". In der ganzen Eigenart dieses Systemes von Tönen liegt es auch begründet, daß als der „Grundton" des Klanggebildes der zweite Teilton anzusprechen und somit der erste als der „Unterton" zu orientieren ist.

Die große Glocke auf dem Turme in Wehlen hat nun unter Reduktion des Grundtones auf 100 Schwingungen folgendes Klangbild:

Unterton	61,6	
Grundton	100,0	
Schlagton	113,3	
1. Oberton	134,0	= Charakteristik[1])
2. „	175,2	
3. „	226,4	
4. „	294,2	
5. „	339,7	

Der Aufbau ist also durchaus unharmonisch und die Glocke vom Standpunkte des Fachmannes sehr fehlerhaft. Ganz besonders störend innerhalb des Klangbildes liegt der Schlagton. Beim Läuten kämpfen beide, Schlagton und Grundton, gegeneinander mit dem Eindrucke, als ob zwei Glocken im Abstande eines Ganztones zusammenklängen. (Übrigens waren die beiden enteigneten Glocken von derselben Verfassung, so daß tatsächlich der Dreiklang des Geläutes doppelt, d. h. einen Ganzton tiefer transponiert nochmals zu hören war.) Im übrigen verhielt sich die Glocke zunächst normal: Die akustischen Konstanten ließen sich deutlich und genau bestimmbar vernehmen; besonders kräftig erklangen die beiden unteren Teiltöne. Der Schlagton konnte naturgemäß nur durch Anklopfen, nicht durch Resonanz hörbar gemacht werden.

Das Phänomen, um das es sich jetzt handelt,

1) Siehe „Analyse des Glockenklanges".

trat erst hervor, wenn zunächst der Unterton erregt wurde. Solange dieser kräftig fortklang, versagte die Ansprache des Grundtones und an dessen Stelle erklang unverkennbar der Schlagton. Erst wenn die Kraft des Untertones nachließ, vermochte sich der Grundton bei erneuter Erregung durchzusetzen. So konnte man, während der Unterton fortklang, den Ganztonschritt — zuerst 113 dann 100 — melodisch hervorrufen und somit jeden Zweifel über eine richtige Beobachtung oder Täuschung beheben.

Der Vorgang wird gewiß allgemein den Physiker nachdenklich machen, aber in seiner Bedeutung nur von der Fachwelt voll ermessen werden, die im jahrhundertlangen Bemühen dieses Mysterium des Schlagtones zu enthüllen suchte. Ich habe wohl unter den von mir nach gleicher Methode untersuchten Glocken, die jetzt in das Tausend gehen, solche in ähnlicher akustischer Verfassung des Klangbildes, aber niemals mit dieser Erscheinung angetroffen, die zu erklären vorläufig aussichtslos erscheint. Es liegt gewiß am nächsten, an die Theorie der Kombinationstöne zu denken. Aber der Schlagton kann hier weder als Differenz- noch als Summationston erster oder höherer Ordnung erklärt werden, dessen Primärtöne die unteren beiden Konstanten der Glocke wären. Allerdings läßt sich die Beziehung konstruieren, den Schlagton als die Duodezime des ersten Differenztones anzusehen (die kleine rechnerische Ungenauigkeit wäre belanglos, da ja der Schlagton nicht exakt in der Schwingungszahl bestimmbar ist und auch 115,2 zählen könnte.) Aber befriedigend ist diese Erklärung nicht. Dagegen kann das akustische Wunder dieser Glocke von Wehlen zugunsten der in meinen Schriften aufgestellten Theorie des Glockenklanges gedeutet werden, daß der Schlagton als eine Resultante anzusehen sei, dessen Komponenten die Gesamtheit der reellen Töne sind.

An der Hand dieses gewiß sehr eigenartigen Beispieles schien es mir ganz geeignet, dem physikalischen Leserkreise einmal das Problem, das uns die Glocke von jeher als ein Rätsel erscheinen ließ und dessen Verfolgung Mitarbeit verlangt, nahe zu führen.

(Eingegangen 25. März 1921.)

ZUSAMMENFASSENDE BEARBEITUNGEN.

Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme.

Von W. Porstmann.

(Fortsetzung.)

Das angeführte Verfahren der Ordnung der Mengen in eine eindimensionale Reihe kommt erst dann zur durchschlagenden Wirksamkeit, wenn wir nicht mehr für jede Menge einen einzelnen, anschaulichen Begriff mit selbständigem Wort benötigen, sondern wenn wir gelernt haben, mit Hilfe weniger anschaulicher Hauptzahlen die Gesamtheit aller Mengen systematisch aufzubauen, dem Begriffe, dem Worte und auch dem Zeichen nach. Wenn auch die Wurzeln der Zahlenreihe bis in die Bildung anschaulicher Zahlen zurückreichen, so finden sie dort doch nur recht kümmerliche Nahrung. Erst wenn die Bildung von Zahlsystemen beginnt, können sie sich entwickeln und treffliche Früchte treiben.

Die Fünf ist ein am menschlichen Körper nicht weniger als viermal in gleicher Weise auftretendes Zahlbild. Mit Hilfe dieser vier Fünfergruppen lassen sich sehr leicht alle Mengen von Eins bis Zwanzig beherrschen, auch ohne daß man für alle zwanzig selbständig Begriff und Wort hat. Man bildet innerhalb der größeren Menge kleinere, gleich große Gruppen und zählt diese Gruppen. Somit liegt von Natur aus auch schon die Wurzel zu einer vollständig neuen ursprünglichen Art in der Bewältigung der Mengen nahe. Indem man mit Hilfe der ersten, anschaulichen Zahlen derartige Gruppen bildet, etwa lauter Gruppen von fünf Dingen, kann man durch Feststellung der Anzahl solcher Gruppen (ebenfalls durch diese wenigen selbständigen Zahlen) die Grenze der beherrschbaren Mengen hinausschieben. Wir haben im Laufe der Jahrtausende gelernt, die Grenze immer weiter mit Hilfe dieses Leitgedankens auszudehnen, so daß wir heute mit Mengen sicher umgehen können, die den alten Kulturen vollständig unvorstellbar waren.

Die Gruppenbildung ist ein Urbestandteil unserer Zahlengebäude. Die anschaulichen Zahlen, die Zahlenreihe und die Gruppen sind die eigentlichen Grundlagen zur Schöpfung von Zahlensystemen. Bei der Bildung einer Gruppe werden mehrere Dinge zusammengefaßt und als Einheit behandelt. Die Gruppe ist der Norm vergleichbar, mit

der man eine Menge mißt. Die nächstliegende Norm ist natürlich die Einheit. Mit ihr allein läßt sich aber nur der Bereich der anschaulichen Zahlen bilden. Erst wenn man größere Mengen, oben die Fünf, als solche Normen behandelt, kann man den beherrschbaren Mengenbereich mehr oder weniger ausdehnen, je nach der geschickten Benutzung dieser Normen (Gruppen). Derartige Mengennormen können zunächst beliebig aus den anschaulichen Zahlbegriffen ausgewählt werden. Für verschiedene Zwecke wird von Natur aus auch eine andere Norm nahe liegen. Und tatsächlich sind auch die verschiedensten individuellen Mengennormen benutzt worden. Die vorliegenden Mengen mißt man damit, indem man immer die Norm von Eins bis zu ihrem Ende abzählt und — falls dies nötig ist — die abgezählten Häufchen oder Gruppen wiederum mit dieser oder auch mit einer andern Norm zählt. Ein Beispiel, das in unserem Haushalt eine wichtige Rolle seit alters her spielt, ist das Abzählen der Wochentage. Hier ist die Sieben als Norm gewählt. Man zählt die Tage fortgesetzt von 1 bis 7, ohne jemals größere Gruppen aus diesen Siebenern zu bilden. Alle andern Zeiteinheiten, wie Monat, Jahr, stehen, ganz entsprechend den individuellen Maßen, in keiner Beziehung zu der Woche. Indem man nun die Wochen zählt, kann man mit wenigen Zahlen einen weit größeren Zeitraum überblicken, als ohne diese Gruppierung zu je Sieben.

Daß so gut wie alle kleineren Zahlen irgendwo zu derartigen Mengennormen benutzt worden sind, ist schon erwähnt; aber auch größere Mengen lernte man allmählich ähnlich verwenden. Diese Mengennormen sind ganz und gar willkürlich zerstreut und individuell benutzt worden. Haben wir schon innerhalb eines einzigen Maßgebietes (Längenmaße) so gut wie alle kleineren Zahlen als Normen kennen gelernt, so wird die Zersplitterung unvergleichlich größer, wenn wir alle vorhandenen Normierungen, denen die Zahl zugrunde liegt, in den Bereich unserer Betrachtungen einbeziehen. Wir stehen hier vor der Notwendigkeit, eine weit größere und primitivere Zersplitterung zu normieren, denn die Zersplitterungen der einzelnen Maßsysteme sind ja nur winzige Teile von der der Mengennormen. Können wir uns bei der Normierung der Maße, wenn es sich um die Wahl einer Zahl als Norm handelt, immer auf die allgemeine Mengennormierung berufen, so sehen wir uns bei der Mengennormierung selbst vor einem grundlegenden Falle, von dem aus wir uns nicht mehr auf einen andern berufen können, denn die Normierung der Menge ist der Grundstein für alle anderen Maß-Normierungen.

Durchgängig sind diese Mengennormen ganz entsprechend den individuellen Maßen, nur auf ganz bestimmte Maßgebiete beschränkt, die Sieben auf die Zählung der Tage, das Paar spielt im Kleiderhandel eine Rolle, Zehner, Dutzend, Mandel sind bekannte allgemeine Stückmaße. — Die Gruppenbildung geht immer weiter. Man gruppiert nun auch die einzelnen Gruppen wieder und schafft größere zusammengesetzte Mengennormen. Und auch hier ist zunächst die Anzahl der zusammengefaßten Gruppen ganz beliebig, sie ist meist kleiner als die der Untergruppe. 5 Dutzend sind 1 Schock. Hier sind 12 und 5 zur Gruppenbildung benutzt.

Der nächste Schritt in dieser beginnenden Systembildung ist erst eine Errungenschaft der neueren Kulturen, wenigstens der Hauptsache nach. Man sucht die Willkür in der Auswahl der Mengennormen einzuschränken. So vereinigt man 12 Zwölfer oder Dutzend zu einem Gros. Es wird hier nur eine einzige Zahl zur Systembildung benutzt. Der Gedanke ist im Pariser Punkt—Linie—Zoll—Fuß-System ideal verwirklicht. Wir sagen heute, es werden die Potenzen der mehr oder weniger beliebig gewählten Mengennorm 12 als größere oder abgeleitete Gruppen oder Mengennormen eingeführt. Diese Potenzsysteme enthalten eine Mindestzahl von Willküren. Sie sind ein Sonderfall der ursprünglicheren Methode, bei der jede neue Gruppenbildung durch eine neue Hauptzahl vorgenommen ist wie bei dem Gruppengefüge: Einer, Mandel, Schock. Die Potenzsysteme haben sich bis auf den heutigen Tag bewährt, nur hat die grundlegende Hauptnorm eine Wandlung auf die Zehn erfahren.

An Stelle der individuellen Mengensysteme, die auf den verschiedensten Zahlen beruhten (7, 10, 12, 15, 24, 60, 360 sind einige häufiger vorkommende Mengennormen), benutzen wir ein einheitliches auf Zehn aufgebautes Potenzsystem, das nun als die Normierung der Mengenbeherrschung im allgemeinsten Sinne anzusehen ist. Wir bilden Gruppen von 10, 100, 1000 ... Einheiten und zählen die in einer Menge enthaltenen derartigen Gruppen mit den Hauptzahlen von 1 bis 10. Die Bildung der dezimalen Potenzgruppen geschieht ebenfalls nur mit Hilfe der zehn Hauptzahlen. Damit ist eine begriffliche Beherrschung der Mengen erzielt. Zwei wesentliche Umstände sind aber erst noch zu erledigen, bevor eine praktisch brauchbare Mengenmessung auf dieser Grundlage zustande kommt: die Zuordnung von Worten und Zeichen zu den zu zählenden Mengen.

Diese Zuordnung kann so beschaffen sein, daß ein schwerfälliges, nur beschränkt brauchbares System entsteht trotz der idealen begrifflichen Grundlage, oder auch so, daß ein klar durchsichtiges einfaches Gefüge erhalten wird.

Das lateinische Zeichensystem. Die lateinischen Zeichen für die Zahlen sind große Buchstaben. I, X, C, M sind die Zeichen für 1, 10, 100, 1000. Es liegt demnach ein dem dekadischen Begriffssystem angepaßtes Zeichensystem vor. Zwei und drei Einer, Zehner oder Hunderter usw. bezeichnet man durch zwei- oder dreimaliges Nebeneinandersetzen des entsprechenden Zeichens: III = drei, CC = zwei Hunderter. Dieses Verfahren ist ein Überrest aus der anfänglichen Darstellung von anschaulich erfaßten Mengen durch die Mengen selbst. Man macht sovielemal dasselbe Zeichen, als wirklich Einheiten vorhanden sind. Bezeichnenderweise hat man aber bei drei aufgehört. Dies hat zweierlei Grund: einmal wird das Verfahren zur Bezeichnung größerer Mengen immer umständlicher und schwerfälliger, 7 würde dargestellt werden müssen durch IIIIIII; dann aber ist es nicht möglich, diese Menge, ohne die Zeichen der Reihe nach abzuzählen, auf einen Blick sicher zu erkennen. Schon bei IIII sieht man durchgängig zweimal hin, während XXX auf den ersten Blick zu erfassen ist. Wir können IIII wohl ohne weiteres als größer als III erkennen, aber nicht als kleiner als IIIII. Bei uns genügt schon zur Erfassung der Menge Vier nicht mehr recht die anschauliche Gesamtauffassung, sondern wir müssen die zählende Zerlegung zur sicheren Erfassung herzuholen. Ein selbständigeres Zeichen für IIII und IIIII ist dagegen ohne weiteres anschaulich, ohne jede Auflösung aufzunehmen. Der Lateiner ordnet anschaulichen Zahlbegriffen nicht auch anschauliche Zahlzeichen zu. In dem arabischen Zeichensystem ist dagegen für jede Hauptzahl auch ein selbständiges Zeichen gewählt; die der lateinischen Bezeichnung eigentümliche Additionsmethode hat sich nicht erhalten können. Die lateinische Neun wird durch eine analoge Subtraktion dargestellt, allerdings nicht so ausnahmslos wie Zwei und Drei durch Addition. Bei größeren Zahlen findet man durchgängig das Additionsverfahren auch für den Neuner benutzt, und zwar mit Hilfe der Fünferzwischenzeichen und vier andern Einheiten LXXXX = XC. In der Benutzung des Stellenwertes vor und hinter einem anderen Zahlzeichen haben wir den Vorläufer unserer systematischeren Benutzung des Stellenwertes zur Bezeichnung der dezimalen Mengeneinheiten zu erblicken. Nur verstand man damals noch kein übersichtliches, einfachstes Verfahren aus dem Gedanken abzuleiten, der sich erst im arabischen System zu einem wichtigen Ordnungsmittel ausbildete.

Das Additions- und Subtraktionsverfahren gestattet aber immer noch nicht die Darstellung aller Zahlen zwischen 1 und 10. Der Lateiner schiebt nun über das reine dezimale Zeichensystem noch ein Fünfersystem mit ganz anderen Eigenschaften. V, L und D sind die Zeichen für 5, 50 und 500. Diese Zwischenzeichen werden aber immer nur vereinzelt benutzt. Das Additions- und Subtraktionsverfahren gilt für sie nicht etwa in gleicher Weise wie für die dezimalen Zeichen. VVV wäre gleich 15, VC gleich 95 (dagegen gibt es CV, gleich 105). Da sich diese Zahlen auch anders darstellen lassen, verzichtet der Lateiner auf diese Möglichkeit, wodurch gleichzeitig gewisse Doppelsinnigkeiten ausgeschaltet werden. Durch Addition und Subtraktion der dezimalen Zeichen zu den Fünferzeichen gewinnt der Lateiner nun auch zusammengesetzte Zeichen für die noch fehlenden Zeichen: IV, LX... Durch Nacheinandersetzen (Addition) dieser Zeichengruppen von links nach rechts kann man ferner jede beliebige Zahl zwischen 1 und 2000 ausdrücken, wobei allerdings noch einige Regeln von untergeordneterer Bedeutung zu beachten sind. Das lateinische Zeichensystem beruht demgemäß im wesentlichen auf folgenden Elementen: dezimale Gruppenbezeichnung; überlagerte Fünferbezeichnung; unmittelbare Mengenbezeichnung bis zu drei Dezimalern (XXX), wovon die Fünferzeichen ausgeschlossen sind; Benutzung des Stellenwertes zur Andeutung von Addition und Subtraktion von Dezimalern zu Fünfern und Dezimalern; eindimensionale Schreibung dieser Zeichen von links nach rechts zur Bezeichnung größerer Zahlen; für die Bezeichnung der Tausender kommt ein neuer Umstand hinzu: $\overline{\text{I}}$, $\overline{\text{X}}$, C sind 2000, 10 000 und 100 000, $\overline{\text{X}} = 1\,000\,000$.

Wir stehen hier mitten in der Entwicklung einer Mengenbeherrschung dem Zeichen nach, die schon erheblich weit gediehen ist und einen großen Aufwand von Scharfsinn erkennen läßt. Wir stehen aber auch mitten drin in einem System, das zu verwickelt ist, trotz des hineingesteckten Geistes, um noch weiter entwickelt werden zu können, ohne daß die Grundlagen vollständig umgeändert werden. Es ist ein in sich geschlossener Bau, der aber größeren Ansprüchen nur dadurch genügend gemacht wird, daß er vollständig niedergerissen und mit vertieftem Grunde nach neuer Art gebaut wird.

Die Wortzuordnung zu den Mengenbegriffen ist durchaus unabhängig von der Zeichenzuordnung. Sie befolgt ihre eigenen Wege, und es tritt erst in weit späteren Entwicklungsstufen die neue, wichtige Forderung auf, die Worte ähnlich systematisch aufzubauen und zu entwickeln wie die Zeichen. Diese Entwicklung ist aber selbst bei unserem heutigen Dezimalsystem noch nicht in wünschenswerter Weise abgeschlossen. Die neusprachlichen Wortsysteme sind noch sehr willkürlich. Das deutsche und englische weist auf ein Zwölfersystem zurück, das französische auf ein Sechzigersystem, bei dem es keine Worte für Siebzig, Achtzig, Neunzig gab. Bemerkenswert ist die verschiedene Stellung von Zehner und Einer in den verschiedenen Wortsystemen. Während das arabische Zeichensystem gemäß dem Stellenwert immer den größeren Dezimaler zuerst angibt und die folgenden der Reihe nach, sind in den nichtinternationalen Wortsystemen die verschiedensten Launen und Zersplitterungen enthalten, die indes an dieser Stelle nicht weiter erörtert werden sollen.

Während unser gegenwärtiges arabisches Zeichensystem vollständig international verständlich und gebräuchlich ist, sind die Wortsysteme national verschieden und weichen auch im Aufbau weitest voneinander ab. Es sind dies Entwicklungserscheinungen. Zunächst entsteht ein Begriffssystem, die Zeichenzuordnung hinkt schon hintennach und kann die verschiedensten Ausdrucksmittel benützen, die mehr oder weniger gut brauchbar sind. Noch weiter hintennach hinkt die Wortzuordnung in der systematisch besten Ausgestaltung. Beim Wortsystem für die Zahlen stehen wir gegenwärtig noch mitten in der Arbeit, während Begriff und Zeichen schon längere Zeit fast vollkommen entwickelt sind. Im folgenden werden wir noch öfter Gelegenheit haben, auf die verschiedenen Entwicklungsstufen von Begriff, Zeichen und Wort hinzuweisen. Aus unseren Betrachtungen folgern wir zunächst, daß die weitgehende Entwicklung eines Begriffssystems durchaus nicht auch die entsprechende Entwicklung eines zugeordneten Zeichen- und Wortsystems zur Folge haben muß. Andrerseits besteht aber innerhalb der drei Systemgebiete Begriff, Zeichen und Wort naturgemäß innigste Beziehung. Erst muß der Begriff da sein, bevor Zeichen und Wort zu dem Begriff passend geschaffen werden. Die Entwicklung von Zeichen und Wort und entsprechenden Systemen wirkt gegenseitig befruchtend, fördernd, aber auch hemmend. Und ein zweckmäßiges Wort- und Zeichensystem kann und muß die Begriffe schärfen. Die einzelnen Teile eines Begriffssystems und ihre gegenseitige Stellung geben Anlaß, auch im Zeichen und Wort die Teile und ihre Beziehungen auszudrücken. Notwendig müssen Zeichen und Worte für Begriffssysteme auch irgendwelche Systematik aufweisen; wenden wir für alle drei Gebiete ein anderes System an, so befinden wir uns in einer Zersplitterung, die wir eben dadurch vermeiden, daß wir allen drei Gebieten die der äußeren Erfahrung entsprechenden Beziehungen des Begriffssystems unterschieben. Unterschiede müssen sich allerdings in allen drei Systembereichen bemerkbar machen, denn Sprache und Schrift gehören völlig verschiedenen Sinnesgebieten an. Die Eindimensionalität unseres Denkens, Sprechens und Schreibens ist aber das hauptsächlichste vermittelnde Glied.

Aus der Gesamtheit der germanischen und romanischen Sprachen kann man sich ein hinreichendes Bild machen von der Reichhaltigkeit der Mengennormensysteme unserer neukulturlichen Vorfahren. Wie uns die Wortreste noch heute erkennen lassen, waren vor der Einführung des dezimalen Gedankens in den jungen europäischen Kulturen die verschiedensten Mengenmessungen üblich. Auf jeden Fall aber waren sie entsprechend der niedrigen Kultur auch nur wenig entwickelt und dem älteren lateinischen Begriffs-, Zeichen- und Wortsystem in keiner Weise vergleichbar. Die noch jetzt bestehende Zersplitterung der besonderen Normensysteme ist größtenteils auf die seinerzeitige Zersplitterung der Mengenmessung zurückzuführen, indem besondere Mengen auch mit besonderen Verfahren gemessen wurden. Das Dezimalsystem ist erst später aufgenommen. Es hat heute wohl in begrifflicher Hinsicht die Mengenmessung und gewisse besonders wichtige Normierungen (Münzen) vollständig bis zum Ideal durchdrungen; die meisten übrigen Normierungen fußen aber mit ihren Wurzeln noch in Eigenheiten der jungen Kulturen selbst, sie hinken im Anschluß an das Dezimalsystem ebenso hintennach wie das Wortsystem dem Zeichensystem in der dezimalen Mengenmessung.

Der Italiener Fibonacci hatte im Anfang des 13. Jahrhunderts aus dem arabischen Orient die indisch-arabische Methode zur Beherrschung der Zahlzeichen mitgebracht und in Italien eingebürgert. Adam Ries vermittelte die neue Kunst später nach Deutschland. Das neue System ist wie das lateinische dezimal. Beide unterscheiden sich aber in einigen Punkten wesentlich voneinander. Vorbereitet waren die jungen europäischen Kulturen für das neue System durch die allgemeine Ver-

breitung des römischen Systems, das den Rechnungen aller Art zugrunde lag. Also schon das lateinische System hatte den wesentlichen Kampf mit uralten, eingesessenen Sondermengenmessungen aufgenommen. Das indisch-arabische System unterscheidet sich vom lateinischen weniger als dieses von den älteren individuellen Mengenmessungen. Der begriffliche Hintergrund ist bei beiden derselbe. Ihr Unterschied besteht einzig in dem zugeordneten Zeichensystem. Im Vergleich beider Zeichensysteme können wir die Wirkung unsrer Forderung verfolgen, daß begriffliche Zusammenhänge auch im Zeichensystem bestehen sollen. Lediglich die Anwendung eines neuen Zeichensystems bedingt die riesengroße Überlegenheit der arabischen Zahlen über die lateinischen. Die zugeordneten Wortsysteme haben durch die Zeichenumwälzung so gut wie keine tiefer gehende Änderung erfahren, hier steht die Organisation noch aus.

Das arabische Zeichensystem benützt wie das lateinische Wortsystem für jede Hauptzahl ein selbständiges Zeichen. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sind die Zeichen für die Hauptmengen der Reihe nach. Die Mengennorm ist der Zehner. Die Potenzen von Zehn sind die abgeleiteten Mengennormen. Im Gegensatz zum lateinischen Zeichensystem erhalten diese Potenzen und auch die Hauptnorm keine selbständigen Zeichen. Sie werden ganz entsprechend dem Begriffssystem von 1 bis 9 gezählt. Jeder Hauptzahl ist immer eine Benennung beizufügen, ob Einer, Zehner, Hunderter usw. Wir benützen einmal die Anfangsbuchstaben zur Benennung dieser Einheiten. XXX ergibt dann 3 Z, IX = 9 E.

$$\text{CCCC} = 4\,\text{H}$$
$$\text{XXX} = 3\,\text{Z}$$
$$\text{IX} = 9\,\text{E}$$
$$\text{CCCCXXXIX} = 4\,\text{H} + 3\,\text{Z} + 9\,\text{E}$$

Diese beiden Schreibweisen derselben Menge enthalten so ziemlich alle Unterschiede zwischen dem römischen und dem arabischen System.

(Schluß folgt.)

BESPRECHUNGEN.

C. Dorno, **Himmelshelligkeit, Himmelspolarisation und Sonnenintensität in Davos 1911 bis 1918.** Veröffentlichung des Preußischen Meteorologischen Instituts, herausgegeben von G. Hellmann. Nr. 303. Abhandlungen, Band VI. 8°. 290 S. m. 26 Tafeln und 68 Tabellen. Berlin, Behrend & Co. 1919. M. 54.—.

Die drei Grundprobleme der atmosphärischen Optik: Die spektrale Extinktion und Absorption des direkten Sonnenlichtes, Farbe und Intensitätsverteilung des diffusen Himmelslichtes sowie die Polarisationserscheinungen sind seit etwa 100 Jahren ein vielbearbeites Feld der Physiker und Meteorologen. Während die Kenntnis der Extinktionsverhältnisse des direkten Sonnenlichtes durch Messungen an klimatisch bevorzugten Orten dadurch ganz besonders gefördert worden ist, daß astronomische und physikalische Theorien bei den Untersuchungen brauchbare Führer gebildet haben, ist unser Wissen von der Lichtverteilung und der Polarisation mehr in die Breite als in die Tiefe ausgebaut worden. Die Gründe dafür sind nicht schwer zu erkennen: Den Physikern, welche sich diesen Aufgaben widmeten, lag es meist an der Lösung von speziellen Problemen der Optik, besonders der Optik trüber Medien, an der Durchbildung ihrer oft mit höchstem Scharfsinn ausgedachten Instrumente, aber nur in wenigen Fällen haben sie Beobachtungsreihen von solcher Dauer angestellt, daß die unvermeidlichen meteorologischen Einflüsse zu erkennen sind und sich eine Theorie als Leitfaden bilden ließ. Dazu kommt, daß die Erscheinungen der Extinktion, Himmelshelligkeit und Polarisation derartig miteinander gekoppelt sind, daß für die Meteorologie brauchbare Resultate nur dann zu erhoffen sind, wenn alle drei Elemente gleichzeitig beobachtet und gemessen werden. Auch die so sehr notwendigen experimentellen Grundlagen für eine strenge und physikalisch umfassende Theorie von der Optik der Atmosphäre kann nur durch solche gleichzeitigen Messungen geschaffen werden. Das haben schon die Herren Busch und Jensen in ihrem bekannten Werk über die atmosphärische Polarisation deutlich erkannt und klar ausgesprochen; sie haben auch der Erforschung der Polarisation wieder neues Leben gegeben, viele wichtige Zusammenhänge aufgedeckt und aus der sehr großen Zahl von zerstreuten Arbeiten auf diesem Gebiet die besten neu dargestellt. Einen großen Teil der rein mathematischen Schwierigkeiten hat Chr. Wiener aus dem Weg geräumt.

Zu weiterer Forschung mußten sich aber eine recht große Anzahl günstiger äußerer und innerer Umstände zusammenfinden und sich zusammenhalten lassen, damit die Beobachtungen wirklich fruchtbringend sein konnten.

Es ist das große Verdienst Dornos in den Jahren 1911—1918 im klimatisch offenbar besonders geeigneten Davoser Tal solche Messungen unternommen und mit bewundernswerter Energie und Ausdauer durchgeführt zu haben.

Das vorliegende Werk zerfällt in zwei Teile: 1. Himmelshelligkeit und Polarisation und 2. Sonnen-

intensität. Über den zweiten Teil ist in dieser Zeitschrift schon berichtet worden[1]).

Zur Messung der Flächenhelligkeit des Himmels diente das L. Webersche Milchglasphotometer, zur Bestimmung der Polarisationsgröße ein Webersches Polarisationsphotometer und das noch selten verwandte Cornusche Polarimeter. Die Messungen werden stets untereinander verknüpft und auf den Zenit bezogen, dessen Helligkeit durch Vergleich mit einem, mittels Hefnerkerze geeichten Benzinlämpchen absolut festgelegt wird. Die kurze und klare Angabe der für diese Instrumente notwendigen Wege zur Bestimmung der Apparatekonstanten wird für alle diejenigen sehr nutzbringend sein, die sich der Weberschen Photometer bedienen wollen.

Für die Kennzeichnung der Polarisationsgröße bedient sich der Verf. des Nicholsschen Maßes. Es wird hierbei die Polarisationsgröße des anvisierten Punktes durch das Verhältnis $i_1 : i$ der beiden senkrecht zueinander stehenden Komponenten der Lichtintensität ausgedrückt. Das Nicholssche Maß empfiehlt sich für photometrische Messungen der Polarisationsgröße besonders dann, wenn wie bei Dorno die einzelnen Komponenten ihrem Absolutwerte nach bekannt sind und die Bedeutung der einzelnen Komponenten in den theoretischen Betrachtungen hervortritt.

Die Messung der Strahlungsintensität des Himmels im Blauviolett und Ultraviolett geschah auf lichtelektrischem Wege bis $\lambda > 366\,\mu\mu$ mit Elster-Geitelschen Alkalizellen, im Ultraviolett mit einer Cadmiumzelle. Der vom Licht ausgelöste Strom wurde galvanometrisch beobachtet.

Beobachtungen der Wärmestrahlung der Atmosphäre führte der Verf. während mehrerer Monate mit Hilfe von K. Angströms „Tulipan" aus. Er gibt die Grenzen der Anwendbarkeit dieses neuerdings viel gebrauchten Instrumentes an.

Zur Messung des Erd-Bodenreflexes, des Vorder- und Unterlichtes dient das leicht transportable Webersche Relativphotometer, ebenso wie zur Beobachtung der Albedo des „Luftplanktons". Mit diesem Ausdruck hat L. Weber alle an den optischen Erscheinungen der Atmosphäre beteiligten Medien bezeichnet, welche die Extinktion, Absorption und verschiedenartige Emission bedingen, wie: Gasmoleküle, Molionen, Wasserteilchen in allen Phasen, Staub und kleinste Lebewesen. Die Beobachtungen des Luftplanktons interessieren besonders aus dem Grunde, weil die Größe desselben die Sichtweite bedingt und das Plankton wohl auch bei luftelektrischen Messungen mitberücksichtigt werden muß.

Das für einen Beobachter fast übergroße Arbeitsprogramm, von dem oben nur die wichtigsten Teile hervorgehoben sind, hat Dorno mit geringer Assistentenhilfe durchgeführt und rechnerisch die Resultate so verarbeitet, daß die engen Zusammenhänge deutlich erkennbar werden.

Zur Darstellung der Helligkeitsverteilung am blauen Himmel wählt Dorno die für diesen Zweck recht übersichtliche stereographische Projektion mit der Sonne als Pol. Besondere Aufmerksamkeit wird dem „Dunkelzentrum", dem absolut dunkelsten Punkte am Himmel, gewidmet. Nach der ursprünglichen Rayleighschen Theorie soll der dunkelste Punkt im Sonnenvertikal und 90° von der Sonne liegen. Dorno findet, daß sich das Dunkelzentrum mit aufsteigender Sonne langsamer dem Horizont nähert als die Sonne an den Zenit heranrückt, und zwar gilt das nicht nur für die Gesamthelligkeit des dunkelsten Punktes, sondern auch für die beiden (polarisierten) Komponenten i_1 und i, von denen i_1 hauptsächlich von der primären Rayleighschen Diffusion und i von sekundären Einflüssen bedingt ist.

Die Zerlegung der Gesamthelligkeit i_g eines anvisierten Punktes in i_1 und i, wodurch jede Helligkeitsmessung auch die Polarisationsgröße sofort erkennen läßt, zeigt sich ungemein fruchtbar und künftigen Messungen als Vorbild.

Für das Wandern des Dunkelzentrums ergibt sich das interessante Resultat, daß es mit i_1 gemessen, sich bis zu einer Sonnenhöhe von 56° der Sonne um 20°, also auf 70°, nähert, während das i-Dunkelzentrum zwischen 0—55° Sonnenhöhe einen Abstand von 90° von der Sonne wahrt. Das Helligkeitsminimum von i_1 liegt der Sonne in allen Jahreszeiten und bei allen Sonnenhöhen im Grün der Sonne näher als im Rot; Tatsachen, die Dorno auch aus der Rayleighschen Theorie folgert. Auf die weiteren vielfachen und oft mühevollen Vergleiche mit der Rayleighschen Theorie kann hier nur hingewiesen werden, sie geben wichtige Fingerzeige, wie die Theorie selbst auszubauen ist. Dorno benutzt bei diesen Vergleichen mit Vorteil die oft übersehene Tatsache der spektralen Extinktion der diffusen Strahlung; für die Rayleighsche Komponente i_1 gibt er eine angenäherte Berechnung. Für die zweite Komponente wird eine Berechnung deswegen erschwert, weil hierbei der Himmel in Sonnennähe und die leuchtenden Schichten des Horizonts als den Dimensionen nach rechnerisch schwer faßbare Lichtquellen in Betracht kommen.

Wertvolle Resultate werden aus den fast zehnjährigen Beobachtungen der Beleuchtungsstärken S und d einer Horizontalfläche erhalten, einmal bei Beleuchtung durch die Sonne, das andre Mal durch den blauen Himmel. Bei einer Sonnenhöhe von 30° ist $S:d = 5{,}17$; bei 40° wird der Wert 6,22 erhalten.

Bei 60° Sonnenhöhe erleidet die direkte Sonnenstrahlung einen Verlust von 18,8 Proz.; der Wiedergewinn durch die Strahlung der Atmosphäre beträgt 12,8 Proz., so daß ein Verlust von nur 6 Proz. entsteht, der für die senkrechte Inzidenz der Sonnenstrahlen auf wenige Prozente zu schätzen ist. Bei 20° ist der Verlust der direkten Strahlung 40,6 Proz., der Gewinn durch die Himmelsstrahlung 14,3 Proz., der wahre Verlust 26,2 Proz. Mit Ausnahme der größten Einfallswinkel liefert die Himmelsstrahlung etwa 12 Proz. der exterrestrischen Sonnenstrahlung auf die Horizontalfläche. Die Albedo der wolkenlosen Atmosphäre beträgt nach Dorno 4 Proz., in Übereinstimmung mit einem von Abbot angegebenen Werte.

Steht die Sonne im Horizont, so sind die Isophoten fast konzentrische Kreise um das Dunkelzentrum herum; steigt die Sonne, so nehmen sie ellipsenähnliche Gestalt an, die von der Sonne her etwas eingedrückt ist. Bei hohem Stand tritt die Sonne in diese Ellipsen ein. Dorno unterscheidet drei Kurvensysteme: Eins um das Dunkelzentrum, das zweite um die Sonne und das dritte um den Südfuß des Sonnenvertikals (Gegensonne). Dazu kommt noch ein viertes System ungeschlossener Kurven, das am Horizont verläuft.

Die „Dunkellinie" verbindet die Helligkeitsminima. Diese werden erreicht, wenn man die dunkelsten Punkte der größten Kreise aufsucht, die durch die Sonne gehen. Dorno unterscheidet „Sonnenregion" und „Gegenregion", welche durch die Dunkellinie voneinander geschieden sind. Davon zu unterscheiden ist die, geometrisch durch den Ost-West-Vertikal getrennte, „Sonnenseite" und „Gegenseite". Je höher die Sonne steigt um so weiter trennt sich die Dunkellinie vom Äquator und von der Maximalisoplaren; die Flächenausdehnung der Sonnenregion nimmt dabei ab. Bei klarster, durchlässigster Luft ist die Sonnenregion

1) Vgl. diese Zeitschr. **21**, 556, 1920.

kleiner als die Gegenregion. Es gibt so die Lage der Dunkellinie einen Anhalt für die Durchlässigkeit der Atmosphäre.

In optisch ungestörten Perioden ist das Helligkeitsverhältnis Sonne : benachbarter Himmel leidlich konstant, z. B. ist die Flächenhelle der Sonne

bei 10° Sonnenhöhe	1,39	$\times 10^6$mal größer als die des dunkelsten Punktes am Himmel.
„ 20° „	1,25	
„ 40° „	1,16	
„ 60° „	0,94	

Die ursprüngliche Rayleighsche Theorie vom Blau des Himmels vernachlässigt den Teil des Einflusses auf Helligkeit, Farbe und Polarisation des Himmels, der durch Beugung an gröberen Teilchen, gewöhnliche Reflexion und Brechung ausgeübt wird. Ein Einfluß, dem andrerseits in der Wienerschen Theorie das ausschlaggebende Gewicht beigelegt wird. Dorno schließt aus seinen Beobachtungen, daß dieser, der einfachen Diffusionstheorie fremde Einfluß auf die Sonnenseite und auf relativ kleine Sonnenabstände beschränkt ist und daß er mit sinkender Sonne sein Wirkungsgebiet erweitert.

Die stereographische Projektion läßt besonders die folgenden beiden Resultate der Polarisationsmessungen deutlich hervortreten: 1. Die Isopolaren folgen im allgemeinen den Parallelkreisen um die Sonne, und zwar sowohl am Sonnenhimmel als auch am Gegenhimmel, wo sie sich der Gegensonne als Mittelpunkt zuwenden; 2. die Werte der Polarisationsgröße nehmen auf allen Hauptkreisen, wie im Sonnenvertikal, bis etwa 90° Sonnenabstand zu, um dann wieder zu fallen. Auf den Parallelkreisen bleiben sie annähernd unverändert.

In auffällig starkem Maße ändert sich die Polarisationsgröße mit der Jahreszeit. Im Sommer und im Herbst überwiegt die Polarisation der Gegenregion, im Frühjahr und Winter dagegen die der Sonnenregion. Dorno findet das Maximum der Polarisation des Sonnenvertikals nicht in 90° Abstand von der Sonne, sondern in einem Punkte im NO-(bzw. NW-)Quadranten, ein wenig näher als 90° von der Sonne.

Beobachtungen über die spektrale Polarisationsgröße liegen bisher nur sehr vereinzelt und mit widersprechenden Ergebnissen vor, deshalb bieten Dornos Messungen im Rot und Grün eine willkommene Bereicherung. Er findet: daß bis etwa 30—40° Sonnenabstand die Polarisation im Rot immer größer ist als im Grün, dagegen hat die farbige Polarisation der weiter von der Sonne abstehenden Regionen einen deutlichen Jahresgang, was der Verf. einem Mitspielen der selektiven Absorption des Wasserdampfes zuschreibt.

Da es fast stets üblich ist, alle Helligkeitsmessungen am Himmel auf den Zenit als Einheit zu beziehen, falls es sich nicht um absolute Photometrierungen handelt, so erhalten die ungemein zahlreichen, regelmäßigen und sorgfältigen Messungen Dornos der Polarisationsgröße und der Helligkeit im Zenitpunkt einen besonderen Wert. Der Verf. weist auch mit berechtigtem Nachdruck darauf hin, wie das Purpurlicht in den verschiedenen Jahreszeiten die spektrale Polarisation beeinflußt.

Mit Hilfe der lichtelektrischen Zelle gelingt es, den Durchgang des obersten Erdschattenrandes bei 6,25° und 6,78° Sonnendepression zu beobachten. Ein Wert, der mit sonstigen Beobachtungen gut übereinstimmt und dessen Schwankungen sich aus der wechselnden Transparenz der Atmosphäre erklären lassen.

Grundlegend sind die Untersuchungen über die Lage der Polarisationsebene und ihre Abhängigkeit von meteorologischen Faktoren. Da man bei photometrischer Bestimmung der Polarisationsgröße und der neutralen Punkte mit Hilfe der Einzelkomponenten zur Einstellung der Analysatoren (Nicols) notwendigerweise wissen muß, wie die Polarisationsebene am Himmel liegt, so sind die folgenden Resultate sehr wissenswert. Abgesehen von Punkten in der Nähe des Horizonts und in der Nähe der Sonne selbst, wird die Polarisationsebene immer durch Sonne-anvisierten Punkt-Auge festgelegt. Es kommen Abweichungen bis 2° maximal vor. Nur dort, wo neue Strahlungsquellen zu der primären Lichtdiffusion hinzutreten (Sonne, Horizont, Erdbodenreflex, Purpurlicht), treten größere Abweichungen auf. Im grünen Licht sind die Drehungen der Polarisationsebene aus der normalen Lage stärker als im weißen.

Am Ende des 1. Teiles gibt Dorno Richtlinien und Ziele für zukünftige Messungen der Himmelshelligkeit und Polarisation an; Größen, deren Kenntnis sowohl für die Theorie der atmosphärischen Optik, als auch für die praktische Meteorologie von großer und wachsender Bedeutung sind und für deren weitere Erforschung uns Dorno ein Musterbeispiel im vorliegenden Werke gegeben hat. H. Dember.

Berichtigung.

In der Mitteilung über „Schwere und Trägheit" von Ernst Reichenbächer (Nr. 8 dieses Jahrgangs) soll es auf Seite 235, 1. Absatz, drittletzte Zeile „unveränderlichen" statt „veränderlichen" heißen.

Personalien.

Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Berlin Dr. Friedrich Meyer für Chemie, an der Deutschen Technischen Hochschule Prag Professor Dr. Ernst Murmann für chemische Analyse.

Ernannt: An der Universität Gießen der ord. Honorarprofessor für theoretische Physik und Geodäsie mit Lehrauftrag für Meteorologie Geh. Hofrat Dr. Karl Fromme und der a. o. Professor für Mathematik Dr. Hermann Großmann zu außeretatsmäßigen ordentlichen Professoren, der Privatdozent Adjunkt Dr. Richard Fante an der Hochschule für Bodenkultur in Wien zum a. o. Professor für Chemie ebenda, die a. o. Professoren an der Universität Halle Dr. Heinrich Schulze (Pharmazeutische Chemie) und Dr. Karl Tubandt (Physikalische Chemie) zu ord. Professoren daselbst.

Gestorben: Der Professor der Physik an der Universität Charkow Dr. A. Grusinzew (1920), der Professor der theoretischen Mechanik, Hydrodynamik und Aerodynamik an der Universität und technischen Hochschule Moskau Dr. N. Jonkovsky (1921), der Professor der Physik an der Universität Moskau Dr. N. Umow (1915), der Professor der Chemie an der Universität Padua Dr. Carlo Moreschi, der ord. Professor der Chemie an der Universität Jena Geh. Hofrat Dr. Ludwig Knorr.

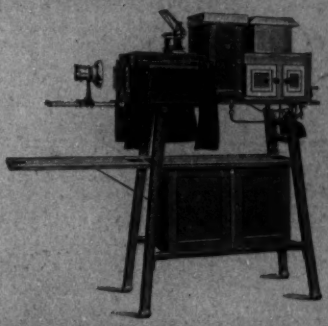
Für die Schriftleitung verantwortlich Dr. Georg Hirzel in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

MAX KOHL A.G. Chemnitz

Volleingezahltes Kapital Mk. 1600000.

Physikalische Apparate
Funken-Induktoren
Ölluftpumpen
Experimentier-Schalttafeln
Projektions-Apparate
Laboratorienmöbel
in gediegener Ausführung.

Weltausstellung Brüssel 1910: 4 Große Preise; Turin 1911: 2 Große Preise; Dresden 1911: Großer Preis.



Kleines Megadiaskop. Projektions-Apparat für alle im Unterricht gebräuchlichen Projektionsarten, z. B. für durchfallendes Licht, für auffallendes Licht, für Mikroprojektion, Spektral-, Polarisations-Interferenzerscheinungen usw.

Optische Anstalt
C. P. Goerz A.-G.
Abt. Scheinwerferbau
Leutzsch bei Leipzig

Projektionsapparate
•
Ablesefernrohre
mit
Autokollimation

Goerz-Bogenlampen
mit **erhöhter** Helligkeit für Projektion, Kinematographie, Mikroskopie, Reproduktions- und Aufnahme-Ateliers, Therapie usw.

Inhaltsverzeichnis:

(Z. B. — Zusammenfassende Bearbeitungen.)

Seite

Atomkerne: Über die Abhängigkeit der Reichweite der α-Strahler von der Anzahl der Bestandteile ihrer —, v. Hans Th. Wolff 352

Geyger, W., Ein Verfahren zur experimentellen Aufnahme und Darstellung elektrischer Stromkurven in Polarkoordinaten 360

Glocker, R., u. W. Traub, Das photographische Schwärzungsgesetz der Röntgenstrahlen 345

Glühkathodenröhre: Über eine einfache Methode zur Bestimmung von Kapazitäten mittels —, v. Karolus u. Prinz Reuß 362

Hahnemann, W., u. H. Hecht, Die Grundform des gasförmigen akustischen Schwingungsgebildes. (Der Tonraum.) 353

Hecht, H., u. W. Hahnemann, Die Grundform des gasförmigen akustischen Schwingungsgebildes. (Der Tonraum.) 353

Karolus u. Prinz Reuß, Über eine einfache Methode zur Bestimmung von Kapazitäten mittels Glühkathodenröhre 362

Maßsysteme: Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der —, v. W. Porstmann. (Z. B.) (Schluß.) 363

Polarkoordinaten: Ein Verfahren zur experimentellen Aufnahme und Darstellung elektrischer Stromkurven in —, v. Wilhelm Geyger 360

Porstmann, W., Untersuchungen über Aufbau und Zusammenschluß der Maßsysteme. (Z. B.) (Schluß.) 363

Prinz Reuß u. Karolus, Über eine einfache Methode zur Bestimmung von Kapazitäten mittels Glühkathodenröhre 362

Röntgenstrahlen: Das photographische Schwärzungsgesetz der —, v. R. Glocker u. W. Traub . . 345

Schulze, A., Berichtigung zu der „Theorie der Volumdilatation bei konzentrierten Lösungen“ 363

(Fortsetzung auf Seite III.)

Verlag von S. HIRZEL in Leipzig

C. Runge

Ordentlicher Professor
an der Universität Göttingen

Vektoranalysis

Band I: Die Vektoranalysis des dreidimensionalen Raumes

Preis geheftet 19.50 Mark, gebunden 27.— Mark.

Im vorliegenden Bande, der die Vektoranalysis von drei Dimensionen enthält, hat der Verfasser versucht, die üblichen Begriffe der Vektoranalysis im Anschluß und auf Grund Graßmannscher Gedanken übersichtlich darzustellen. Im zweiten Bande soll die Vektoranalysis von vier und mehr Dimensionen behandelt werden.

Kugelepiskop. D.R.P. 250814.

Franz Schmidt & Haensch

Berlin S. 42, Prinzessinnenstraße 16

Werkstätten für Präzisions-Mechanik und Optik.

Neue optische Spezialinstrumente eigener Konstruktion, Polarisations-, Spektral-, Projektionsapparate, Episkope u. a.

Preislisten kostenlos.